

Imię, nazwisko

1	2	3	4	Σ
8	5	5	6	24

KOŁOKWIUM 2 19 XII 2008

Zad. 1 Odpowiedz na poniższe pytanie podając **krótkie** uzasadnienia.

- a) do której grupy ćwiczeniowej jesteś zapisana/y?
- b) czy zbiór wielomianów jest domknięty w $C[0, 1]$?
- c) czy zbiór funkcji jednostajnie ciągłych jest domknięty w $C[0, 1]$?
- d) zapisz nierówność Schwarza w przestrzeni $C_2(a, b)$;
- e) podaj przykład ciągu Cauchy'ego w $C[0, 1]$;
- f) czy $f(x) = \sin(x)$ może być jednostajnie przybliżana wielomianami na $\mathbb{R}$?
- g) podaj przykład przestrzeni Banacha, która nie jest Hilberta;
- h) podaj przykład przestrzeni Hilberta.

Zad. 2 Czy poniższe funkcje są jednostajnie ciągłe?

a) $f(x, y) = x^2 + \sin(y)$ na $\mathbb{R}^2$;

b) $f(x) = \sqrt{x}$ na $[0, \infty)$.

Zad. 3 Czy poniższy ciąg jest zbieżny jednostajnie na $[0, 1]$?

a) $f_n(x) = \sin(x) + 1/n$;

b) $f_n(x) = \frac{1}{n}x^n$.

Zad. 4 Czy poniższy szereg jest zbieżny niemal jednostajnie na swoim obszarze zbieżności?

$$\sum_{n=1}^{\infty} 3nx^n;$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n}{x^n}.$$