

Ten spis ma ułatwić naukę do egzaminu. Wymienione są tu hasłowo zagadnienia, którymi się zajmowaliśmy. Te pisane *italiką* nie będą wymagane na egzaminie, chociaż ich znajomość nie zaszkodzi. Dowodów twierdzeń oczywiście nie trzeba będzie znać, ale warto pamiętać, jakie są ich założenia, co one mówią i jak je stosowaliśmy.

W trakcie nauki do egzaminu warto skoncentrować się na przykładach; postarać się wymyślić samemu lub zrozumieć jak najwięcej z nich.

Spis być może nie jest pełny; mogłem o czymś zapomnieć.

a) TOPOLOGIA

- **POJĘCIA:** metryka, kula, zbiór otwarty, zbiór domknięty, zwarty, gęsty, brzegowy, domknięcie, wnętrze zbioru, przestrzeń metryczna, zupełność, zwartość, ośrodkowość, *spójność*, podprzestrzeń, ciągłość funkcji, homeomorfizm;
- **PRZYKŁADY:** podzbiory przestrzeni euklidesowych o różnych własnościach topologicznych, różne metryki na $\mathbb{R}^2$, przestrzenie metryczne o różnych własnościach.
- **TWIERDZENIA:** charakteryzacja zwartych podzbiorów przestrzeni euklidesowych (uogólnienie Bolzano–Weierstrassa), zupełność przestrzeni euklidesowych, *twierdzenie Baire’a*, obraz przestrzeni zwartej przez funkcję ciągłą jest zwarty (funkcje ciągłe osiągają kresy na dziedzinach zwartych), *tw. Darboux*, *tw. Banacha o odwzorowaniu zwężającym*, *zbiór Cantora jest homeomorficzny z przestrzenią ciągów 0–1*, *każda przestrzeń zwarta jest ciągłym obrazem Cantora*, charakteryzacje ciągłości.

b) PRZESTRZENIE FUNKCYJNE

- **POJĘCIA:** norma, przestrzeń unormowana, przestrzeń Banacha, *wypukłość*, zbieżność jednostajna, jednostajna ciągłość, własność Lipschitza, szereg w przestrzeni Banacha, zbieżność szeregu, szereg funkcyjny, szereg potęgowy, obszar zbieżności, jednostajna zbieżność, niemal jednostajna zbieżność, iloczyn skalarny, przestrzeń Hilberta, układ ortonormalny, *szereg Fouriera*;
- **PRZYKŁADY:** różne normy na przestrzeniach funkcyjnych i nie tylko, przestrzenie Banacha i Hilberta o różnych własnościach, przykłady funkcji i szeregów takich i siakich;
- **TWIERDZENIA:** granica jednostajnie zbieżnego ciągu funkcji ciągłych jest ciągła, $C[0,1]$ i l_2 są zupełne, funkcja ciągła na dziedzinie zwartej jest jednostajnie ciągła, *istnieje funkcja ciągła, która nie jest różniczkowalna w żadnym punkcie*, *twierdzenie o istnieniu rozwiązania równania różniczkowego*, twierdzenie aproksymacyjne Weierstrassa, niezupełność $C[0,1]$ z normą całkową, o jednostajnej zbieżności szeregów bezwzględnie zbieżnych w p. Banacha, o całkowaniu i różniczkowaniu szeregów wyraz za wyrazem, *tw. Diniego*, nierówność Schwartz’a, *tw. Pitagorasa* i równość równoległoboku;

c) MIARA I CAŁKA RIEMANNA I LEBESGUE'A

- **POJĘCIA:** *całkowalność funkcji Riemanna, jacobian, σ -ciało, zbiory borelowskie, miara, przestrzeń miarowa, miara Lebesgue'a, funkcje proste, funkcje borelowskie, funkcje mierzalne, całka Lebesgue'a, całka względem miary, zmienna losowa, wartość oczekiwana, rozkład;*
- **PRZYKŁADY:** podzbiorów prostej o różnych miarowych własnościach, różnych miar, związki miary, całki i prawdopodobieństwa;
- **TWIERDZENIA:** *tw. Fubiniego, ciągłość miary, istnienie zbioru niemierzalnego, tw. o przybliżaniu funkcji mierzalnych funkcjami prostymi, tw. o zbieżności ograniczonej, σ -addytywność całki;*