Zastosowania kombinatoryki nieskończonej lista 10 2014

Porządki na P-ideałach analitycznych

Zad. 1 Ustal jakiej klasy borelowskiej jest ideał sumowalny i ideał zbiorów gęstości 0.

Zad. 2 Pokaż, że jeżeli $\mathcal{I} \leq_K \mathcal{J}$, to

- $\mathrm{cov}^*(\mathcal{I}) \geq \mathrm{cov}^*(\mathcal{J})$,

Jeżeli w dodatku funkcja świadcząca o $\mathcal{I} \leq_K \mathcal{J}$ jest *fin-to-1*, to

- $\mathrm{non}^*(\mathcal{I}) \leq \mathrm{non}^*(\mathcal{J})$.

Zad. 3 Pokaż, że jeżeli $\mathcal{I} \leq_T \mathcal{J}$, to

- $\mathrm{add}^*(\mathcal{I}) \geq \mathrm{add}^*(\mathcal{J})$,
- $\mathrm{cof}^*(\mathcal{I}) \leq \mathrm{cof}^*(\mathcal{J})$.

Zad. 4 Pokaż, że P-ideał analityczny $\mathcal{I}$ jest gęsty wtedy i tylko wtedy, gdy $\lim_{n\to\infty} \varphi(\{n\}) = 0$, gdzie $\mathcal{I} = \mathrm{Exh}(\varphi)$.

Zad. 5 Ideał $\mathrm{tr}(\mathcal{N})$ na $2^{<\omega}$ jest zdefiniowany następująco: $I \in \mathrm{tr}(\mathcal{N})$ wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\lambda(\{x \in 2^\omega \colon x|n \in I \text{ dla nieskończenie wielu n}\} = 0$$

gdzie λ jest miarą Lebesgue'a. Zdefiniuj (dolnie półciągłą) podmiarę φ taką, że $\mathrm{tr}(\mathcal{N}) = \mathrm{Exh}(\varphi)$.

Zad. 6 Pokaż, że

$$\mathcal{Z} = \{I \subseteq \omega \colon \limsup_n \frac{|[2^n, 2^{n+1}) \cap I|}{2^n} = 0\}.$$

($\mathcal{Z}$ jest oczywiście ideałem gęstośći zero.) Udowodnij, że w takim razie $\mathcal{Z} \geq_K \mathrm{tr}(\mathcal{N})$.

Zad. 7 Pokaż, że przestrzeń całkowicie regularna jest $\mathcal{Z}$-Frecheta-Urysohna wtedy i tylko wtedy, gdy jest wypukle Frecheta-Urysohna.

Pbn
`http://www.math.uni.wroc.pl/~pborod/dydaktyka`