

---

## Zadania - Dzielenie sekretów

---

**Zad. 1** Znajdź wszystkie rozwiązania układu kongruencji:

$$\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{3}, \\ x \equiv 3 \pmod{5}, \\ x \equiv 5 \pmod{7}. \end{cases}$$

**Zad. 2** Pokaż, że Chińskie Twierdzenie o Resztach zachodzi dla układu 1 kongruencji.

**Zad. 3** Pokaż, że Chińskie Twierdzenie o Resztach zachodzi dla układu 2 kongruencji (wskazówka: algorytm Euklidesa).

**Zad. 4** Udowodnij Chińskie Twierdzenie o Resztach w pełnej ogólności (wskazówka: użyj poprzedniego zadania i indukcji matematycznej).

**Zad. 5** Podziel (używając CHTR) hasło 345345 między Adama, Bartka, Czesię i Darka tak, żeby musiała się zebrać cała czwórka, żeby odgadnąć hasło. Zadbaj, żeby szanse odgadnięcia hasła przez 3 były jak najmniejsze.

**Zad. 6** Podziel (używając CHTR) powyższe hasło między tę grupę tak, żeby wystarczyła (dowolna) trójka do znalezienia hasła (ale już nie dwójka).

**Zad. 7** Podziel (używając CHTR) powyższe hasło między tę grupę tak, żeby wystarczy trójka do znalezienia hasła, ale żeby w tej grupie musiała być Czesia (wskazówka: można to zrobić bez kombinowania z wielkością liczb pierwszych, a po prostu inaczej przekodowując układ kongruencji na to, co dajemy członkom grupy).

**Zad. 8** Podziel powyższe hasło między tę grupę, używając tym razem metody wielomianów. Zrób to tak, żeby dowolna trójka (ale już nie dwójka) potrafiła znaleźć hasło.

**Zad. 9** Niech  $n > 0$  będzie liczbą naturalną i niech  $P = \{p_1, \dots, p_n\}$  będzie zbiorem  $n$ -elementowym liczb rzeczywistych. Uzasadnij, że istnieje dokładnie jeden wielomian stopnia  $n - 1$ , którego wykres przechodzi przez punkty  $\{(i, p_i) : 1 \leq i \leq n\}$ .