
Lista 7 - Topologia 2022

Zad. 1 Pokaż, że jednospójność jest niezmiennikiem homeomorfizmu.

Zad. 2 Pokaż, że ściągłość pociąga jednospójność.

Zad. 3 Udowodnij, że jeżeli X jest łukowo spójna, to dla każdego $x, y \in X$ zachodzi: każda pętla zaczepiona w x jest ściągalna wtedy i tylko wtedy, gdy każda pętla zaczepiona w y jest ściągalna.

Zad. 4 Czy wstęga Möbiusa jest homeomorficzna z $S^1 \times [0, 1]$?

Zad. 5 Pokaż, że

- a) każdy ciąg zbieżny jest ciągiem Cauchy'ego,
- b) jeżeli ciąg Cauchy'ego ma podciąg zbieżny, to jest zbieżny (wynioskuj z tego, że przestrzenie zwarte są zupełne).

Zad. 6 Podaj przykład przestrzeni spójnej, zupełnej i nieośrodkowej.

Zad. 7 Pokaż, że przestrzenie zupełne, które są całkowicie ograniczone, są zwarte.

Zad. 8 Udowodnij, że jeżeli w przestrzeni X każdy zstępujący ciąg zbiorów domkniętych o średnicach malejących do 0 ma niepusty przekrój, to X jest zupełna.

Zadania nadobowiązkowe (wymagana znajomość podstaw teorii grup):

Zad. 9 Znajdź grupy podstawowe

- S^1 ,
- S^2 ,
- płaszczyzny bez punktu,
- torusa,
- płaszczyzny bez dwóch punktów,
- płaszczyzny bez półprostej.