
Kolokwium 2 - Topologia 2025

Zad. 1 (4) W każdym z poniższych przypadków sprawdź, czy X i Y są homeomorficzne i czy istnieje ciągła surjekcja z X na Y . Odpowiedzi krótko uzasadnij.

- $X = \{0, 1\}^{\mathbb{N}}$, $Y = \{0, 2\}^{\mathbb{N}}$ z topologią produktową.
- $X =$ strzałka Sorgenfrey, $Y = [0, 1]$ z metryką euklidesową.
- $X = [0, 1]$, $Y =$ okrąg na płaszczyźnie, z metryką euklidesową.
- $X = \mathbb{Q}$, $Y = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$.

Zad. 2 (4) Podaj przykłady (z **krótkimi** uzasadnieniami):

- przestrzeni nieośrodkowej, niespójnej, zupełnej, która nie jest zwarta.
- przestrzeni zwartej, która ma przeliczalnie (acz nieskończenie) wiele składowych spójności.
- przestrzeni, w której dokładnie jeden punkt nie ma bazy przeliczalnej.

Zad. 3 (2) Pokaż, że płaszczyzna nie jest sumą przeliczalnie wielu prostych.

Zad. 4 (2) Pokaż, że jeżeli X jest zupełna, a (U_n) jest ciągiem zbiorów otwartych gęstych, to $\bigcap_n U_n$ jest zbiorem gęstym.