
WdM A - zadania przed 3. kolokwium

Kolokwium odbędzie się w trakcie ćwiczeń 10 czerwca i potrwa 75 minut.

Zad. 1 Pokaż, że moc zbioru $\mathcal{P}(A)$ (niezależnie od tego, jakim zbiorem jest A) nie może być \aleph_0 .

Zad. 2 Rozważmy relację \sim na \mathbb{R} daną wzorem

$$x \sim y \iff \sin(x) = \sin(y).$$

Jaka jest moc $[0]_{\sim}$? Jaka jest moc $\mathbb{R}/_{\sim}$?

Zad. 3 Podaj przykład relacji równoważności na \mathbb{R} , która ma przeliczalnie wiele nieprzeliczalnych klas abstrakcji.

Zad. 4 Podaj przykład relacji równoważności na \mathbb{R} , która ma nieprzeliczalnie wiele przeliczalnych klas abstrakcji.

Zad. 5 Podaj przykład relacji równoważności na \mathbb{R}^2 , która ma nieprzeliczalnie wiele nieprzeliczalnych klas abstrakcji.

Zad. 6 Podaj przykład relacji równoważności na \mathbb{R} , która ma nieprzeliczalnie wiele nieprzeliczalnych klas abstrakcji. (Wskazówka: użyj poprzedniego zadania).

Zad. 7 Jakiej mocy jest zbiór $\mathbb{Q}^{\mathbb{N}}$?

Zad. 8 Pokaż, że

$$(A \times B)^C \sim A^C \times B^C.$$

Zad. 9 Niech A będzie zbiorem. Wskaż zbiór o większej mocy niż A .

Zad. 10 Czy jeśli $|A| = |B| = |A \triangle B| = \aleph_0$, to $|A \cap B| < \aleph_0$?

Zad. 11 Czy jeśli $|A| < |B|$, to $|A \times C| < |B \times C|$?

Zad. 12 Czy jeśli $|A| < |B|$ i $C \cap A = C \cap B = \emptyset$, to $|A \cup C| < |B \cup C|$?

Zad. 13 Pokaż, że zbiór $\{f \in \{0, 1\}^{\mathbb{N}} : \forall n f(2n) = 0\}$ jest mocy \mathfrak{c} .

Zad. 14 Zbiory A i B są przeliczalne, a zbiór $A \setminus B$ jest nieskończony. Opisz, co dokładnie można wywnioskować o mocach zbiorów A i B .

Zad. 15 Niech \mathbb{P} będzie zbiorem liczb pierwszych. Na \mathbb{N}^+ rozważamy relację równoważności

$$n \sim m \iff \forall p \in \mathbb{P}(p|n \iff p|m).$$

- a) Czy $[10]_{\sim} \subseteq [15]_{\sim}$?
- b) Wyznacz $[6]_{\sim}$.
- c) Ile jest skończonych klas abstrakcji relacji \sim ?