
Część 1, Kolokwium 3 Grupa: Imię i nazwisko:

Zad. 1 (6) Rozważmy zbiór częściowo uporządkowany $(\mathbb{R}^2, \preceq)$, gdzie

$$\langle x, y \rangle \preceq \langle x', y' \rangle \iff x \leq x' \wedge y \leq y'.$$

Poniższe polecenia dotyczą porządku $\preceq$. Przykłady można podawać za pomocą (dobrze opisanych) rysunków.

- a) Podaj przykład podzbioru $\mathbb{R}^2$, który ma jeden element maksymalny, ale nie ma elementu największego.

- b) Podaj przykład podzbioru $\mathbb{R}^2$, który ma nieprzeliczalnie wiele elementów maksymalnych.

- c) Podaj przykład nieskończonego przeliczalnego łańcucha w $\mathbb{R}^2$.

Zad. 2 (2) Narysuj diagram Hassego **skończonego** zbioru częściowo uporządkowanego $(X, \preceq)$, który **spełnia** warunek

$$\exists x \forall y ((x \leq y) \vee (y \leq x))$$

i zarazem **nie spełnia** warunku

$$(\exists x \forall y (x \leq y)) \vee (\exists x \forall y (y \leq x)).$$

Część 2, Kolokwium 3 Grupa: Imię i nazwisko:

Zad. 3 (1) Podaj definicję zbioru A^B .

Zad. 4 (1) Podaj przykład nieskończonego przeliczalnego podzbioru liczb niewymiernych lub uzasadnij, że taki nie istnieje.

Zad. 5 (7) Podaj moc poniższych zbiorów (bez uzasadnienia).

- Zbiór wszystkich niecałkowitych liczb rzeczywistych.
- Zbiór wszystkich ciągów o wyrazach całkowitych.
- Nieskończona rodzina parami rozłącznych podzbiorów $\mathbb{Q}$.
- Zbiór wszystkich punktów ostrosłupa w $\mathbb{R}^3$.
- Zbiór wszystkich skończonych podzbiorów liczb wymiernych.
- Zbiór wszystkich podzbiorów zbioru $\{0, 1, 2\}^{\mathbb{R}}$.
- Zbiór wszystkich funkcji o dziedzinie $\{0, 1\}$ i wartościach naturalnych.

Część 3, Kolokwium 3 Grupa: Imię i nazwisko:

Zad. 6 (3) Udowodnij, że jeżeli A jest zbiorem nieskończonym, to A jest równoliczny z $A \cup \{\pi\}$.

Zad. 7 (3) Udowodnij, że jeżeli $A \sim B$, to $\mathcal{P}(A) \sim \mathcal{P}(B)$.

Zad. 8 (2) Pokaż, że istnieje bijekcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \setminus (0, 1)$

BRUDNOPIS: