

---

## WdM A - Lista 1a (dodatkowa) (3 III 2017)

---

Udowodnij następujące fakty

- a) Jeżeli  $x$  jest liczbą rzeczywistą, to  $-x^2 + 2x - 1 < 10$ .
- b)  $\sqrt{2}$  jest liczbą niewymierną.
- c) Jeżeli  $s$  i  $t$  są liczbami wymiernymi i  $t \neq 0$ , to liczba  $\frac{s}{t}$  jest wymierna.
- d) Jeżeli  $a$ ,  $b$  i  $c$  są liczbami całkowitymi oraz  $a|b$  i  $b|c$ , to  $a|c$ .
- e) Jeżeli  $n$  i  $m$  są nieparzystymi liczbami naturalnymi, to  $n \cdot m$  jest nieparzystą liczbą naturalną.
- f) Cięciwa koła nie może być dłuższa od jego średnicy.
- g) Istnieje jedyna liczba całkowita  $x$  taka, że  $x^2 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}x$ .
- h) Dla każdej liczby rzeczywistej  $r > 2$  istnieje taka liczba rzeczywista  $y$ , że

$$y = \frac{x}{2 - x}.$$

- i) Jeśli  $a$ ,  $b$ ,  $c$  są kolejnymi liczbami naturalnymi, to  $a + b + c$  jest podzielne przez 3.
- j) Jeśli  $a$ ,  $b$ ,  $c$  są kolejnymi liczbami naturalnymi, to  $a^2 + b^2 + c^2 + 1$  jest podzielne przez 3.
- k) Jeśli prosta  $p$  jest równoległa do  $q$ , a prosta  $q$  jest równoległa do  $r$ , to  $p$  jest równoległa do  $r$ .

Wskazówki:

- Określ dokładnie założenia i tezę.
- Przypomnij sobie definicje wszystkich pojęć występujących w sformułowaniu twierdzenia.
- Przyjrzyj się uważnie tezie. Musisz zrozumieć, co jest celem dowodu.
- Używaj prozy, np. takich wyrażień, jak “zatem”, “więc”, “z tego wynika, że”.
- Jeżeli w dowodzie pojawia się nowe oznaczenie, należy je wprowadzić (*każdy aktor wchodzący na scenę dowodu musi zostać przedstawiony*, jak mawiali klasycy).
- Najlepiej pisać kolejne kroki dowodu jeden pod drugim, pisząc wyraźnie, z czego aktualnie korzystasz (definicji, założenia, znanego faktu).