

---

### WdM - zadania przed 3. kolokwium

---

Kolokwium odbędzie się w trakcie ćwiczeń 14 czerwca i potrwa 60 minut.

**Zad. 1** Niech  $(X, \leq)$  będzie zbiorem częściowo uporządkowanym. Zdefiniujmy relację na  $X$  wzorem

$$xRy \iff x \text{ i } y \text{ są porównywalne względem } \leq .$$

Czy to relacja zwrotna? Słabo antysymetryczna? Symetryczna? Przechodnia? Jak wygląda ta relacja, jeśli  $(X, \leq)$  jest liniowo uporządkowany? Narysuj diagram tej relacji dla

$$(\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, |).$$

**Zad. 2** Rozważmy relację  $\sim$  na  $\mathbb{R}$  daną wzorem

$$x \sim y \iff \sin(x) = \sin(y).$$

Jaka jest moc  $[0]_{\sim}$ ? Jaka jest moc  $\mathbb{R}/_{\sim}$ ?

**Zad. 3** Podaj przykład relacji równoważności na  $\mathbb{R}$ , która ma przeliczalnie wiele nieprzeliczalnych klas abstrakcji.

**Zad. 4** Podaj przykład relacji równoważności na  $\mathbb{R}$ , która ma nieprzeliczalnie wiele przeliczalnych klas abstrakcji.

**Zad. 5** Podaj przykład relacji równoważności na  $\mathbb{R}^2$ , która ma nieprzeliczalnie wiele nieprzeliczalnych klas abstrakcji.

**Zad. 6** Podaj przykład relacji równoważności na  $\mathbb{R}$ , która ma nieprzeliczalnie wiele nieprzeliczalnych klas abstrakcji. (Wskazówka: użyj poprzedniego zadania).

**Zad. 7** Podaj przykład częściowego porządku na zbiorze nieprzeliczalnym, którego każdy łańcuch jest przeliczalny.

**Zad. 8** Podaj przykład łańcucha mocy  $\mathfrak{c}$  na płaszczyźnie częściowo uporządkowanej przez  $\preceq$ , gdzie  $\langle x, y \rangle \preceq \langle x', y' \rangle \iff x \leq x' \wedge y \leq y'$ . Podaj przykład zbioru  $A \subseteq \mathbb{R}^2$  mocy  $\mathfrak{c}$  takiego, że żadne dwa różne elementy  $A$  nie są porównywalne (w sensie powyższego porządku).

**Zad. 9** Czy jeśli  $|A| = |B| = |A \triangle B| = \aleph_0$ , to  $|A \cap B| < \aleph_0$ ?

**Zad. 10** Czy jeśli  $|A| < |B|$ , to  $|A \times C| < |B \times C|$ ?

**Zad. 11** Czy jeśli  $|A| < |B|$  i  $C \cap A = C \cap B = \emptyset$ , to  $|A \cup C| < |B \cup C|$ ?

**Zad. 12** Zbiory  $A$  i  $B$  są przeliczalne, a zbiór  $A \setminus B$  jest nieskończony. Opisz, co dokładnie można wywnioskować o mocach zbiorów  $A$  i  $B$ .