
WdM - Lista 10 (ćwiczenia 16 V 2018)

Uwaga. Na ćwiczeniach 16 maja nie będzie kartkówki.

Zad. 1 Zapisz nieskończone rozwinięcie dziesiętne liczby $\frac{3}{4}$, a następnie jej nieskończone rozwinięcie dwójkowe.

Zad. 2 Pokaż, że zbiór liczb wymiernych jest gęsty w liczbach rzeczywistych, tzn. dla każdego liczb rzeczywistych a, b takich, że $a < b$ znajdziemy $q \in \mathbb{Q}$ takie, że $a < q < b$. W szczególności $\mathbb{Q} \cap (a, b) \neq \emptyset$ dla każdych $a < b$.

Zad. 3 Wskaż bijekcję między zbiorami $A \times B$ i $B \times A$.

Zad. 4 Wskaż bijekcje między zbiorami A i B .

- a) $A = \{0, 3\}$ i $B = \{1, 8\}$.
- b) A - zbiór liczb naturalnych parzystych, B - zbiór liczb naturalnych nieparzystych.
- c) A - zbiór liczb naturalnych podzielnych przez 3, B - zbiór liczb naturalnych niepodzielnych przez 3.
- d) A - trójkąt na płaszczyźnie, B - trójkąt do niego podobny.
- e) $A = (0, \infty)$, $B = \mathbb{R}$.
- f) $A = (1, \infty)$, $B = \mathbb{R}$.
- g) A - zbiór punktów okręgu na płaszczyźnie bez jednego punktu, B - zbiór punktów na prostej.

Uwaga: nie we wszystkich podpunktach trzeba definiować funkcję wzorem.

Zad. 5 Korzystając z tego, że $\mathbb{R} \sim \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ pokaż, że $\mathbb{R} \sim \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Zad. 6 Wskaż bijekcję między zbiorem $[0, 1) \cup [3, 4]$ a $(0, 1] \cup (3, 4)$.

Zad. 7 Pokaż, że następujące zbiory są równoliczne ze zbiorem liczb naturalnych:

- a) Zbiór parami rozłącznych przedziałów na prostej.
- b) Zbiór parami rozłącznych kwadratów na płaszczyźnie.

Zad. 8 Na rodzinie wszystkich podzbiorów \mathbb{N} określamy relację równoważności poprzez

$$A \sim B \iff A \text{ i } B \text{ są równoliczne.}$$

Wyznacz zbiór ilorazowy tej relacji.

Pokaż, że relacja \preceq zdefiniowana przez

$$[A]_{\sim} \preceq [B]_{\sim} \iff |A| \leq |B|$$

jest relacją liniowego porządku na zbiorze ilorazowym $\mathcal{P}(\mathbb{N})/\sim$. Wyznacz element najmniejszy i największy tego porządku.