
WdM - Lista 11 (ćwiczenia 24 V 2018)

Zad. 1 Pokaż, że następujące zbiory są równoliczne ze zbiorem liczb naturalnych:

- a) nieskończony zbiór parami rozłącznych przedziałów na prostej.
- b) nieskończony zbiór parami rozłącznych kwadratów na płaszczyźnie.

Zad. 2 Pokaż, że zbiory A i B są równoliczne. Staraj się raczej użyć twierdzeń z wykładu niż wskazywać bijekcję.

- a) $A = (1, 2) \cup (4, 17)$, $B = (1, \infty)$;
- b) A - zbiór punktów dowolnego kwadratu na płaszczyźnie, B - zbiór punktów dowolnego trójkąta na płaszczyźnie;
- c) A - zbiór punktów dowolnego rombu na płaszczyźnie, B - zbiór punktów dowolnego okręgu na płaszczyźnie;
- d) A - zbiór punktów dowolnego graniastoslupa w \mathbb{R}^3 , $B = (0, \frac{1}{10^9})$;
- e) A - zbiór liczb pierwszych, B - zbiór liczb złożonych;
- f) A - zbiór liczb pierwszych, $B = \mathbb{Q} \cap (0, 5)$;
- g) $A = \mathcal{P}(\mathbb{R})$, $B = \mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathbb{Q}))$;
- h) $A = \mathbb{Q}^{\mathbb{N}}$, $B = \mathbb{N}^{\mathbb{Q}}$.

Zad. 3 Pokaż, że istnieje bijekcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \setminus (0, 10)$.

Zad. 4 Pokaż, że zbiór $\{0, 1\}^{\mathbb{A}}$ jest równoliczny ze zbiorem $\mathcal{P}(\mathbb{A})$ dla każdego zbioru A .

Zad. 5 Pokaż, że zbiór $\{f \in \{0, 1\}^{\mathbb{N}}: \forall n f(2n) = 0\}$ jest równoliczny ze zbiorem $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$.

Zad. 6 Podaj trzy parami nierównoliczne zbiory nieskończone.

Zad. 7 Niech \sim będzie relacją równoważności na zbiorze X . Wykaż, że

$$|X/\sim| \leq |X|.$$