
WdM - Lista 2 (16 X 2019)

Uwaga. *Ćwiczenia* należy przerobić samodzielnie. Postaramy się je omówić na konwersatorium 15 października. *Zadania* zostaną natomiast omówione na ćwiczeniach.

Ćw. 1 O liczbie rzeczywistej x wiadomo, że jeśli $x \leq 5$, to $x > 3$. Czy stąd wynika, że $x > 3$? Czy wynika, że $x \leq 5$?

Ćw. 2 O liczbie naturalnej n wiemy, że

- a) jeśli n jest podzielne przez 3 lub jest podzielne przez 4, to n jest podzielne przez 12 *oraz*
- b) jeśli n jest podzielne przez 3, to nie dzieli się przez 2.

Czy stąd wynika, że n nie dzieli się przez 3?

Ćw. 3 O liczbie rzeczywistej x wiemy, że

- a) jeśli $x > 0$, to ($x > 5$, o ile $x > 3$) *oraz*
- b) jeśli $x \leq 5$, to $x > 0$.

Czy stąd wynika, że $x > 3$?

Zad. 4 Niech C oznacza czworokąt na płaszczyźnie. Rozważmy zdanie

Jeśli C jest trapezem, o ile jest rombem, to jeśli C jest trapezem, to jest kwadratem.

Zapisz powyższe jako formułę logiczną stosując oznaczenia: t : " C jest trapezem", r : " C jest rombem", k : " C jest kwadratem". Rozstrzygnij w każdym z poniższych przypadków, czy powyższe zdanie jest zawsze prawdziwe, zawsze fałszywe, czy też może być zarówno prawdziwe, jak i fałszywe (w zależności od czworokąta C).

- a) C jest trapezem,
- b) C nie jest prostokątem,
- c) C nie jest rombem, lecz jest trapezem.

Zad. 5 (Zadanie Lewisa Carrolla) O moich dzieciach wiadomo, że

- a) wszyscy moi synowie są szczupli,
- b) wszystkie moje zdrowe dzieci uprawiają sport,
- c) żadne moje dziecko, które jest łakomczuchem, nie jest szczupłe,
- d) żadna moja córka nie uprawia sportu.

Czy z tego wynika, że żadne moje zdrowe dziecko nie jest łakomczuchem?

Zad. 6 Podaj przykład formuły logicznej $\alpha(p, q, r)$ o poniższej tabelce wartości logicznych:

p	q	r	$\alpha(p, q, r)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

- Ile jest takich formuł?
- Ile ich jest z dokładnością do równoważności?

Zad. 7 Ile jest, z dokładnością do równoważności, takich formuł logicznych $\alpha(p, q)$, że przy podstawieniu

- $p =$ „17 jest liczbą pierwszą”,
- $q =$ „pada deszcz”

stają się one zdaniami prawdziwymi bez względu na panujące warunki atmosferyczne?

Zad. 8 Znajdź wszystkie formuły (z dokładnością do równoważności) $\alpha(p, q)$, dla których $p \vee q \implies \alpha(p, q)$ jest tautologią. Podobnie dla $p \wedge q \implies \alpha(p, q)$.

Zad. 9 Zdefiniuj alternatywę i koniunkcję przy pomocy implikacji i negacji. Następnie przeformułuj odpowiednio zdania *Lubię ciastka i lody* oraz *Na wakacje pojedę nad morze lub w góry*.

Zad. 10 Zapisz poniższe formuły nie używając znaku negacji, równoważności ani implikacji (w razie potrzeby używając podstawień $p' = \neg p$, $q' = \neg q$ i $r' = \neg r$)

- $\neg(p \vee (\neg q \wedge r))$,
- $p \implies (q \implies r)$,
- $\neg(p \implies (p \vee r))$,
- $p \iff (q \iff r)$,
- $(p \implies q) \implies (r \implies p)$.

Zad. 11 (*) Kreską Sheffera nazywamy spójnik o następującej tabelce wartości logicznych:

p	q	$p q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Pokaż, że za pomocą kreski Shefera można zdefiniować wszystkie spójniki logiczne.