

---

**WdM - Lista 5+** (konwersatorium, 10 IV 2019)

---

**Zad. 1** Wyznacz zbiory  $\bigcup_{n \in I} A_n$  oraz  $\bigcap_{n \in I} A_n$ , jeżeli

- a)  $A_n = (-\infty, n)$ ,  $I = \mathbb{N}$ ,
- b)  $A_n = (-\infty, n)$ ,  $I = \mathbb{Z}$ ,
- c)  $A_n = (\frac{n-1}{n}, \frac{2n-1}{n})$ ,  $I = \mathbb{N} \setminus \{0\}$ ,
- d)  $A_n = [2 + \frac{(-1)^n}{n}, 4 - \frac{(-1)^n}{n})$ ,  $I = \mathbb{N} \setminus \{0\}$ ,
- e)  $A_n = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq n \cdot y\}$ ,  $I = \mathbb{N}$ .

Wskazówka: naskicuj najpierw  $A_n$  dla paru wybranych  $n$ .

**Zad. 2** Dla ustalonego  $k \in \mathbb{N}$  wyznacz

$$\bigcup_{n=1}^{\infty} \left(k - \frac{n}{2}, k + \frac{n}{2}\right) \text{ oraz } \bigcap_{n=1}^{\infty} \left(k - \frac{n}{2}, k + \frac{n}{2}\right)$$

a następnie

$$\bigcap_{k=0}^{\infty} \bigcup_{n=1}^{\infty} \left(k - \frac{n}{2}, k + \frac{n}{2}\right) \text{ oraz } \bigcup_{k=0}^{\infty} \bigcap_{n=1}^{\infty} \left(k - \frac{n}{2}, k + \frac{n}{2}\right).$$

**Zad. 3** Wykaż, że dla każdych rodzin zbiorów  $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$  i  $(A_{n,k})_{n,k \in \mathbb{N}}$  zachodzi

$$\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n\right)^c = \bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n^c.$$

Pokaż, że nie zawsze zachodzi

$$\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \bigcap_{k \in \mathbb{N}} A_{n,k} = \bigcap_{k \in \mathbb{N}} \bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_{n,k}.$$