
WdM - Lista 9 (ćwiczenia 24 V 2019)

Zad. 1 Zapisz nieskończone rozwinięcie dziesiętne liczby $\frac{3}{4}$, a następnie jej nieskończone rozwinięcie dwójkowe.

Zad. 2 Pokaż, że zbiór liczb wymiernych jest gęsty w liczbach rzeczywistych, tzn. dla każdego liczb rzeczywistych a, b takich, że $a < b$ znajdziemy $q \in \mathbb{Q}$ takie, że $a < q < b$. W szczególności $\mathbb{Q} \cap (a, b) \neq \emptyset$ dla każdych $a < b$.

Zad. 3 Wskaż bijekcję między zbiorami $A \times B$ i $B \times A$.

Zad. 4 Pokaż, że jeżeli $A \sim B$ i $C \sim D$, to $A \times C \sim B \times D$.

Zad. 5 Pokaż, że jeżeli $A \sim B$ i $C \sim D$ oraz $A \cap C = B \cap D = \emptyset$, to $A \cup C \sim B \cup D$. Pokaż, że założenie rozłączności jest potrzebne.

Zad. 6 Wskaż bijekcje między zbiorami A i B .

- a) $A = \{0, 3\}$ i $B = \{1, 8\}$.
- b) A - zbiór liczb naturalnych parzystych, B - zbiór liczb naturalnych nieparzystych.
- c) A - zbiór liczb naturalnych podzielnych przez 3, B - zbiór liczb naturalnych niepodzielnych przez 3.

Zad. 7 Korzystając z tego, że $\mathbb{N} \sim \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ pokaż, że $\mathbb{N} \sim \mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

Zad. 8 Pokaż, że $|\mathcal{A}| \leq |\mathbb{N}|$ jeżeli

- a) \mathcal{A} jest (dowolnym) zbiorem parami rozłącznych przedziałów na prostej.
- b) \mathcal{A} jest (dowolnym) zbiorem parami rozłącznych kwadratów na płaszczyźnie.

Zad. 9 Wskaż bijekcje między zbiorami A i B .

- a) A - trójkąt na płaszczyźnie, B - trójkąt do niego podobny.
- b) $A = (0, \infty)$, $B = \mathbb{R}$.
- c) $A = (1, \infty)$, $B = \mathbb{R}$.
- d) A - zbiór punktów okręgu na płaszczyźnie bez jednego punktu, B - zbiór punktów na prostej.

Zad. 10 Pokaż, że zbiory $[0, 1) \cup [3, 4]$ i $(0, 1] \cup (3, 4)$ są równoliczne.