

**Zadanie 1** (3 pkt)

O formule logicznej  $\alpha(p, q)$  wiemy, że  $\alpha(p, p)$  jest tautologią. (Uwaga: dokładnie czytaj literki!)

- Podaj przykład takiej formuły.
- Ile jest takich formuł z dokładnością do równoważności? Odpowiedź uzasadnij.

**Zadanie 2** (2 pkt) Podaj przykład tautologii, w której jedynymi spójnikami logicznymi są implikacja i koniunkcja (i obydwie są użyte).

**Zadanie 3** (3 pkt)

Rozważmy funkcję zdaniową:

*Jeżeli  $R$  nie jest zwierzęciem, to fakt, że  $R$  jest tygrysem jest warunkiem koniecznym tego, by był ssa-kiem.*

Zapisz powyższe jako formułę logiczną  $\alpha(p, q, r)$  podstawiając pod  $p, q, r$  odpowiednie zdania (np.  $p = „R$  jest zwierzęciem“, itd.).

W każdym z poniższych podpunktów określ, czy podany warunek jest wystarczający do stwierdzenia prawdziwości powyższego zdania. Odpowiedź uzasadnij.

1.  $R$  jest studentem  $WdM$ ,
2.  $R$  nie jest zwierzęciem.

# KOLOKWIUM 1, turnus 2

## Wstęp do matematyki

16 listopada 2020

**Zadanie 4** (4 pkt)

Udowodnij, że nie dla wszystkich zbiorów  $A, B$  zachodzi równość

$$\mathcal{P}(A \setminus B) = \mathcal{P}(A) \setminus \mathcal{P}(B),$$

uzasadniając szczegółowo, które inkluzje nie muszą zachodzić.

**Zadanie 5** (2 pkt)

Zapisz zbiór  $(C \setminus A) \cup B$ , używając wyłącznie operacji przekroju i dopełnienia.

**Zadanie 6** (2 pkt)

Niech  $I$  będzie zbiorem liter użytych w Twoim pierwszym imieniu, a  $N$  zbiorem liter użytych w Twoim pierwszym nazwisku. Ile elementów ma zbiór

$$\mathcal{P}(I \times N) \cap \mathcal{P}(N \times I)?$$

Odpowiedź krótko uzasadnij.

**Zadanie 7** (3 pkt)

Naszkiej w układzie współrzędnych zbiory

$$\{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 : \{x, y\} = \{y, x\}\}.$$

$$\{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 : \text{istnieje } t > 0 \ x \cdot t = y\}.$$

**Zadanie 8** (3 pkt)

O zbiorze  $C$  wiemy, że jest postaci  $(A \times B) \cup (B \times A)$  dla pewnych zbiorów  $A, B \subseteq \mathbb{R}$ . Czy z tego wynika, że zbiór cięć pionowych zbioru  $C$  jest równy zbiorowi cięć poziomych zbioru  $C$ ? Odpowiedź szczegółowo uzasadnij.

**Zadanie 9** (3 pkt)

Każdy wektor (geometryczny) na płaszczyźnie można przedstawić jako parę uporządkowaną  $\langle P, Q \rangle$ , gdzie  $P \in \mathbb{R}^2$  jest punktem zaczepienia wektora, a  $Q \in \mathbb{R}^2$  - jego końcem. Rozważmy zbiór wszystkich wektorów  $S \subseteq \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$  o kącie nachylenia  $\alpha \in [0, \pi/2]$ . (Kąt nachylenia mierzymy oczywiście od osi  $OX$  w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara.) Naszkicuj w układzie współrzędnych cięć pionowe i poziome zbioru  $S$  w punkcie  $\langle 0, 0 \rangle$ . Czym jest zbiór  $\pi_{\mathbb{R}^2}[S]$ ? Podaj krótkie uzasadnienia.