

---

## Wstęp do Matematyki - Lista 1 (12/15 X 2020)

---

**Zad. 1** Oznaczając symbolem  $p$  zdanie *Ala je*, a symbolem  $q$  zdanie *As wyje* i używając spójników logicznych przedstaw poniższe zdania jako formuły logiczne:

- a) Ala je pod warunkiem, że As wyje.
- b) As nie wyje, zaś Ala nie je.
- c) Ani Ala nie je, ani As nie wyje.
- d) As wyje, o ile Ala nie je.
- e) As wyje dokładnie wtedy, gdy Ala je.
- f) Bądź Ala je, bądź As wyje.
- g) Albo As wyje, albo Ala nie je.
- h) Ala je tylko wtedy, gdy As wyje.
- i) Ala je dokładnie wtedy, gdy As wyje.
- j) Ala je, a As wyje.
- k) Ala je, chyba że As wyje.
- l) Ala wyje pomimo tego, że As je.
- m) Ala je, no i As wyje.

**Zad. 2** Stosując oznaczenia, jak w powyższym zadaniu, zapisz zdania reprezentowane przez poniższe formuły starając się nadać im możliwie potoczne brzmienie.

- a)  $p \implies q$ ,
- b)  $p \iff \neg q$ ,
- c)  $\neg(\neg q \wedge p)$ ,
- d)  $(p \implies q) \implies p$ ,
- e)  $p \wedge (p \implies q)$ ,
- f)  $\neg(p \vee q) \iff \neg p \wedge \neg q$ .

Sprawdź, czy informacja, że  $p$  jest zdaniem fałszywym, wystarczy aby określić ich wartość logiczną. Jeśli tak, to wyznacz tę wartość, jeśli nie, to pokaż, że obie wartości są możliwe.

**Zad. 3** Wykaż, że następujące formuły rachunku zdań są tautologiami:

- a)  $p \implies (q \implies p)$ ,
- b)  $p \vee \neg p$ ,
- c)  $p \implies (q \implies p \wedge q)$ ,
- d)  $(p \implies q) \iff (\neg q \implies \neg p)$ ,
- e)  $(\neg p \implies p) \implies p$ ,
- f)  $\neg p \implies (p \implies q)$ ,
- g)  $p \wedge q \implies p$ ,
- h)  $p \implies p \vee q$ ,
- i)  $(p \implies (q \implies r)) \implies ((p \implies q) \implies (p \implies r))$ .

**Zad. 4** Sprawdź, czy poniższe formuły są tautologiami. Traktuj tabelkę jako ostateczność, postaraj się najpierw zrozumieć daną formułę.

- a)  $((p \vee q) \wedge \neg p) \implies q$ ,
- b)  $(p \implies q) \implies (p \wedge r \implies q)$ ,
- c)  $(p \implies q) \implies (p \implies q \vee r)$ ,
- d)  $p \implies (\neg p \vee q)$ ,
- e)  $((p \vee q) \wedge (p \implies q)) \implies (q \implies p)$ ,
- f)  $p \implies (\neg q \wedge q \implies r)$ .

**Zad. 5** Czy dla wszystkich liczb naturalnych  $n$  prawdziwe są następujące zdania?

- a) Jeżeli  $n$  jest liczbą pierwszą, to o ile  $n$  jest liczbą złożoną, to  $n = 4$ .
- b)  $n$  jest podzielne przez 2 pod warunkiem, że  $n$  jest podzielne przez 5 i  $5 < n < 15$ .
- c)  $n$  jest podzielne przez 3 dokładnie wtedy, gdy  $n$  jest podzielne przez 7.
- d) To, że  $n$  jest liczbą pierwszą mniejszą od 6, jest warunkiem dostatecznym do tego, że  $n$  dzieli 30.
- e) To, że  $n$  dzieli 30, jest warunkiem dostatecznym do tego, że  $n$  jest liczbą pierwszą mniejszą od 6.

Rozważ warianty zdań (d) i (e), w których “dostatecznym” jest zastąpione przez “koniecznym”.

**Zad. 6** Niech  $C$  oznacza czworokąt na płaszczyźnie. Rozważmy zdanie

Jeśli  $C$  jest trapezem, o ile jest rombem, to jeśli  $C$  jest trapezem, to jest kwadratem.

Zapisz powyższe jako formułę logiczną stosując oznaczenia:  $t$ : “ $C$  jest trapezem”,  $r$ : “ $C$  jest rombem”,  $k$ : “ $C$  jest kwadratem”. Rozstrzygnij w każdym z poniższych przypadków, czy powyższe zdanie jest zawsze prawdziwe, zawsze fałszywe, czy też może być zarówno prawdziwe, jak i fałszywe (w zależności od czworokąta  $C$ ).

- a)  $C$  jest trapezem,
- b)  $C$  nie jest prostokątem,
- c)  $C$  nie jest rombem, lecz jest trapezem.

---

**Zad. 7** (\*) Trzech braci: Prawdomówny, Kłamczuch i Niezdecydowany odpowiadają na pytania TAK lub NIE. Prawdomówny zawsze mówi prawdę, Kłamczuch zawsze kłamie, a Niezdecydowany czasem mówi prawdę, a czasem kłamie (i niekoniecznie robi to naprzemiennie). Musisz za pomocą trzech pytań określić, który z braci to który. Każde pytanie może być skierowane tylko do jednego z braci.