WdM - Lista 2 (19/22 X 2020)

Uwaga. Na ćwiczeniach odbędzie się kartkówka z rachunku zdań wtedy i tylko wtedy, gdy ćwiczenia odbędą się w formie stacjonarnej.

Zad. 1 O liczbie rzeczywistej x wiadomo, że jeśli $x \leq 5$, to $x > 3$. Czy stąd wynika, że $x > 3$? Czy wynika, że $x \leq 5$?

Zad. 2 O liczbie naturalnej n wiemy, że

a) jeśli n jest podzielne przez 3 lub jest podzielne przez 4, to n jest podzielne przez 12 *oraz*
b) jeśli n jest podzielne przez 3, to nie dzieli się przez 2.

Czy stąd wynika, że n nie dzieli się przez 3?

Zad. 3 O liczbie rzeczywistej x wiemy, że

a) jeśli $x > 0$, to ($x > 5$, o ile $x > 3$) *oraz*
b) jeśli $x \leq 5$, to $x > 0$.

Czy stąd wynika, że $x > 3$?

Zad. 4 (Zadanie Lewisa Carrolla) O moich dzieciach wiadomo, że

a) wszyscy moi synowie są szczupli,
b) wszystkie moje zdrowe dzieci uprawiają sport,
c) żadne moje dziecko, które jest łakomczuchem, nie jest szczupłe,
d) żadna moja córka nie uprawia sportu.

Czy z tego wynika, że żadne moje zdrowe dziecko nie jest łakomczuchem?

Zad. 5 Podaj przykład formuły logicznej $\alpha(p, q, r)$ o poniższej tabelce wartości logicznych:

p	q	r	$\alpha(p, q, r)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Ile jest takich formuł? Ile ich jest z dokładnością do równoważności?

Zad. 6 Ile jest, z dokładnością do równoważności, takich formuł logicznych $\alpha(p,q)$, że przy podstawieniu

- $p =$ „17 jest liczbą pierwszą”,
- $q =$ „pada deszcz”

stają się one zdaniami prawdziwymi bez względu na panujące warunki atmosferyczne?

Zad. 7 Znajdź wszystkie formuły (z dokładnością do równoważności) $\alpha(p,q)$, dla których $p \vee q \implies \alpha(p,q)$ jest tautologią. Podobnie dla $p \wedge q \implies \alpha(p,q)$.

Zad. 8 Zdefiniuj alternatywę i koniunkcję przy pomocy implikacji i negacji. Następnie przeformułuj odpowiednio zdania *Lubię ciastka i lody* oraz *Na wakacje pojadę nad morze lub w góry.*

Zad. 9 Zapisz poniższe formuły nie używając znaku negacji, równoważności ani implikacji (w razie potrzeby używając podstawień $p' = \neg p$, $q' = \neg q$ i $r' = \neg r$)

a) $\neg(p \vee (\neg q \wedge r))$,
b) $p \implies (q \implies r)$,
c) $\neg(p \implies (p \vee r))$,
d) $p \iff (q \iff r)$,
e) $(p \implies q) \implies (r \implies p)$.

Zad. 10 (*) Kreską Sheffera nazywamy spójnik o następującej tabelce wartości logicznych:

p	q	$p\|q$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Pokaż, że za pomocą kreski Shefera można zdefiniować wszystkie spójniki logiczne.