# **WdM - Lista 4** (5/9 XI 2020)

**Zad. 1** Niech $A \subseteq X$, $B \subseteq Y$. Zapisz $(A \times B)^c$ jako sumę iloczynów kartezjańskich.

**Zad. 2** Naszkicuj w układzie współrzędnych zbiory $A$ i $B$, będące rozłącznymi podzbiorami $[0,1] \times [0,1]$ takimi, że

$$\pi_X[A] = \pi_X[B] = [\frac{1}{4}, \frac{3}{4}] = \pi^Y[A] = \pi^Y[B].$$

**Zad. 3** Naszkicuj w układzie współrzędnych zbiór $A$, który ma 5 elementów i taki, że $\pi_X[A]$ ma 2 elementy a $\pi^Y[A]$ jest zbiorem 3-elementowym.

**Zad. 4** Zapisz funkcję zdaniową równoważną funkcji

$$\langle x, y \rangle \notin (A \cup B) \times (C \setminus D)$$

bez używania symboli mnogościowych ($\cup$, $\setminus$, $\times$, itd.)

**Zad. 5** Załóżmy, że $A$, $B$, $C$ i $D$ są niepustymi zbiorami.

a) Czy z tego, że $(A \times B) \subseteq (C \times D)$ wynika, że $A \subseteq C$ i $B \subseteq D$?

b) Pokaż, że jeśli $A \times B = C \times D$, to $A = C$ i $B = D$.

c) Czy z tego, że $(A \times B) \cap (C \times D) = \emptyset$ wynika, że $A \cap C = \emptyset$ i $B \cap D = \emptyset$?

Czy założenie niepustości jest potrzebne?

**Zad. 6** Naszkicuj w układzie współrzędnych następujące zbiory.

a) $\{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 \colon x = \sin y\}$,

b) $\{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 \colon -2 < x^2 + y^2 \leq 3\}$,

c) $\{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 \colon \sin x + \cos y > \pi\}$,

d) $\{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 \colon$ istnieje $t$ takie, że $x \cdot t = y\}$,

e) $\{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 \colon x + 2 = y \vee 4x = 3y\}$,

f) $\{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 \colon x < |y| \implies y = 4x\}$,

g) $\{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 \colon x < |y| \iff y = 4x\}$,

**Zad. 7** Zauważmy, że każdy wektor (geometryczny) na płaszczyźnie można przedstawić jako parę uporządkowaną $\langle P, Q \rangle$, gdzie $P \in \mathbb{R}^2$ jest punktem zaczepienia wektora, a $Q \in \mathbb{R}^2$ jego końcem. Rozważmy zbiór wszystkich wektorów $S \subseteq \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ o długości 1. Naszkicuj w układzie współrzędnych cięcie $S_P$ zbioru $S$ w punkcie $P$, gdzie $P$ jest ustalonym (przez Ciebie) elementem płaszczyzny. Podobnie, naszkicuj zbiór $\pi_{\mathbb{R}^2}[S]$.

**Zad. 8** Zdefiniujmy $A \subseteq \mathbb{N} \times \mathcal{P}(\mathbb{N})$ w następujący sposób

$$\langle n, N \rangle \in A \iff n \in N.$$

Znajdź rzuty $A$. Opisz $A_0$, $A^{\emptyset}$, $A^{\{1\}}$.

**Zad. 9** Niech $A$, $B$ będą zbiorami. Znajdź wszystkie zbiory $X$ takie, że

$$A \times X = X \times B.$$

**Zad. 10** (*) Jaką cechę ma wykres zbioru $A \subseteq [0,1] \times [0,1]$ w układzie współrzędnych, jeśli wiemy, że dla każdego $x \in [0,1]$ zachodzi $A_x = A^x$?

**Zad. 11** (*) O zbiorze $A \subseteq [0,1] \times [0,1]$ wiemy, że $A_x = [0, \sqrt{x}]$ dla każdego $x \in [0,1]$. Podaj $A^y$ dla $y \in [0,1]$.