

---

**WdM - Lista 11** (ćwiczenia 28 I 2022)

---

**Zad. 1** Podaj przykład zbiorów  $A, B, C, D$  takich, że  $|\mathbb{N}| < |A| < |B| < |C| < |D|$ .

**Zad. 2** Określ moce poniższych zbiorów (jeśli moc jest skończona lub większa niż  $\mathfrak{c}$ , nie trzeba jej wyznaczać dokładnie). Niektóre z poniższych podpunktów wymagają doprecyzowania; przeprowadź w takim wypadku odpowiednią dyskusję.

- a) zbiór liczb zespolonych;
- b) zbiór punktów na płaszczyźnie o obydwu współrzędnych wymiernych;
- c) zbiór  $A^{\mathbb{N}}$ , gdzie  $A$  jest zbiorem studentów, którzy zdadzą w tym semestrze WdM;
- d) zbiór prostych na płaszczyźnie;
- e) zbiór macierzy  $3 \times 3$ ;
- f) zbiór macierzy  $3 \times 3$  o niezerowym wyznaczniku;
- g) zbiór wszystkich przekształceń afinicznych płaszczyzny;
- h) zbiór funkcji  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , będących funkcjami kwadratowymi;
- i) zbiór funkcji kwadratowych  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  o współczynnikach całkowitych;
- j) zbiór wszystkich funkcji  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ;
- k) zbiór wszystkich funkcji  $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$ ;
- l) zbiór wszystkich funkcji  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , które są ciągłe (wskazówka: użyj poprzedniego podpunktu);
- m) zbiór wielomianów o współczynnikach rzeczywistych;
- n) zbiór wszystkich funkcji  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , które są różniczkowalne;
- o) zbiór wszystkich możliwych słów w alfabecie polskim (słowo definiujemy jako skończony ciąg elementów z alfabetu);
- p) zbiór wszystkich możliwych ułożeń figur szachowych na szachownicy;
- q) zbiór wszystkich możliwych skończonych rozgrywek szachowych;
- r) zbiór wszystkich możliwych poprawnych kodów w języku Python;
- s) zbiór wszystkich możliwych zadań z WdM.

**Zad. 3** Powiemy, że liczba rzeczywista  $r$  *da się zdefiniować*, jeśli istnieje jej definicja zapisana przy użyciu liter alfabetu polskiego, cyfr, symboli matematycznych i logicznych (przy czym definicja ta jest skończona). Czy istnieje liczba rzeczywista, której nie da się zdefiniować?

**Zad. 4** Wykaż, że  $\mathcal{P}(A)$  nigdy nie jest mocy  $\aleph_0$  (niezależnie od tego, czym jest zbiór  $A$ ).

**Zad. 5** Na rodzinie wszystkich podzbiorów  $\mathbb{N}$  określamy relację równoważności poprzez

$$A \sim B \iff A \text{ i } B \text{ są równoliczne.}$$

Wyznacz zbiór ilorazowy tej relacji. Co można powiedzieć o zbiorze ilorazowym relacji równoliczności określonej na rodzinie wszystkich podzbiorów  $\mathbb{R}$ ?