WdM - Lista 2 (20 X 2022)

Zad. 1 O liczbie rzeczywistej x wiadomo, że jeśli $x \leq 5$, to $x > 3$. Czy stąd wynika, że $x > 3$? Czy wynika, że $x \leq 5$?

Zad. 2 O liczbie naturalnej n wiemy, że

a) jeśli n jest podzielne przez 3 lub jest podzielne przez 4, to n jest podzielne przez 12 *oraz*
b) jeśli n jest podzielne przez 3, to nie dzieli się przez 2.

Czy stąd wynika, że n nie dzieli się przez 3?

Zad. 3 O liczbie rzeczywistej x wiemy, że

a) jeśli $x > 0$, to ($x > 5$, o ile $x > 3$) *oraz*
b) jeśli $x \leq 5$, to $x > 0$.

Czy stąd wynika, że $x > 3$?

Zad. 4 Rozważmy stwierdzenia:

a) Nie będę rozumiała definicji z WdM lub będę potrafiła rozwiązywać zadania z WdM.

b) Jeśli nie zdam WdM, to znaczy, że nie potrafiłam rozwiązywać zadań z WdM.

c) Zdam WdM lub nie.

d) Będę rozumiała definicje z WdM, o ile będę chodziła na wykłady.

Czy z powyższych warunków wynika, że chodzenie na wykłady jest warunkiem dostatecznym zdania WdM? Czy jest warunkiem koniecznym?

Zad. 5 Zapisz formułę $p \iff q$ wyłącznie za pomocą spójników $\neg$ i $\vee$.

Zad. 6 Podaj przykład formuły logicznej $\alpha(p, q, r)$ o poniższej tabelce wartości logicznych:

p	q	r	$\alpha(p, q, r)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Ile jest takich formuł? Ile ich jest z dokładnością do równoważności?

Zad. 7 Ile jest, z dokładnością do równoważności, takich formuł logicznych $\alpha(p,q)$, że przy podstawieniu

- $p =$ „17 jest liczbą pierwszą”,
- $q =$ „pada deszcz”

stają się one zdaniami prawdziwymi bez względu na panujące warunki atmosferyczne?

Zad. 8 Znajdź wszystkie formuły (z dokładnością do równoważności) $\alpha(p,q)$, dla których $p \vee q \implies \alpha(p,q)$ jest tautologią. Podobnie dla $p \wedge q \implies \alpha(p,q)$.

Zad. 9 Zdefiniuj alternatywę i koniunkcję przy pomocy implikacji i negacji. Następnie przeformułuj odpowiednio zdania *Lubię ciastka i lody* oraz *Na wakacje pojadę nad morze lub w góry.*

Zad. 10 Zapisz poniższe formuły nie używając znaku negacji, równoważności ani implikacji (w razie potrzeby używając podstawień $p' = \neg p$, $q' = \neg q$ i $r' = \neg r$)

a) $\neg(p \vee (\neg q \wedge r))$,
b) $p \implies (q \implies r)$,
c) $\neg(p \implies (p \vee r))$,
d) $p \iff (q \iff r)$,
e) $(p \implies q) \implies (r \implies p)$.

Zad. 11 (*) Kreską Sheffera nazywamy spójnik o następującej tabelce wartości logicznych:

p	q	$p \mid q$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Pokaż, że za pomocą kreski Shefera można zdefiniować wszystkie spójniki logiczne.