
WdM - Lista 3 (23 X 2024)

Zad. 1 O liczbie rzeczywistej x wiadomo, że jeśli $x \leq 5$, to $x > 3$. Czy stąd wynika, że $x > 3$? Czy wynika, że $x \leq 5$?

Zad. 2 O liczbie naturalnej n wiemy, że

- a) jeśli n jest podzielne przez 3 lub jest podzielne przez 4, to n jest podzielne przez 12 oraz
- b) jeśli n jest podzielne przez 3, to nie dzieli się przez 2.

Czy stąd wynika, że n nie dzieli się przez 3?

Zad. 3 O liczbie rzeczywistej x wiemy, że

- a) jeśli $x > 0$, to ($x > 5$, o ile $x > 3$) oraz
- b) jeśli $x \leq 5$, to $x > 0$.

Czy stąd wynika, że $x > 3$?

Zad. 4 Rozważmy stwierdzenia:

- a) Nie będę rozumiała definicji z WdM lub będę potrafiła rozwiązywać zadania z WdM.
- b) Jeśli nie zdam WdM, to znaczy, że nie potrafiłam rozwiązywać zadań z WdM.
- c) Zdaję WdM lub nie.
- d) Będę rozumiała definicje z WdM, o ile będę chodziła na wykłady.

Czy z powyższych warunków wynika, że chodzenie na wykłady jest warunkiem dostatecznym zdania WdM? Czy jest warunkiem koniecznym?

Zad. 5 Wskaż przykład niepustych zbiorów skończonych takich, że

$$(B \cup C) \cap A \neq (A \cup C) \cap B.$$

Zad. 6 Podaj przykład nieskończonego zbioru A takiego, że $\emptyset \in A$ (lub wykaż, że taki nie istnieje).

Zad. 7 Wypisz elementy zbiorów A i B . Czy $A \subseteq B$? Czy $B \subseteq A$? Czy $A = B$? Czy mają elementy wspólne? Czy są rozłączne (tzn czy mają pusty przekrój)? Czy $A \in B$ lub $B \in A$?

- a) $A = \{1, \sqrt{4}, \sqrt{4} - 1, \sqrt{9}, \sqrt{9} - 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$,
- b) $A = \{a, b, c\}$, $B = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}\}$,
- c) $A = \{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}\}$, $B = \{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}, \{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}\}\}$,
- d) $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} : x^2 \leq 20\}$,
- e) $A = \emptyset$, $B = \{x \in \mathbb{N} : x^2 + x = 13\}$,

Zakładamy, że a , b i c nie są zbiorami.

Zad. 8 Zaznacz w sposób *losowy* kontur zbioru U na diagramie Venna zbiorów A , B , $C \subseteq X$. Następnie zapisz za pomocą operacji $\cup$, $\cap$ i $\setminus$ zbiór U .

Zad. 9 Udowodnij lub obal poniższe stwierdzenia:

- a) $A \cup B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)$,
- b) $A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$,
- c) $(C \cup B) \cap A = (A \cap B) \cup (C \setminus B)$.

Spróbuj przeprowadzać dowody na różne sposoby. Napisz tautologie odpowiadające tym prawom rachunku zbiorów.

Zad. 10 Dane są pewne zbiory A, B, C w przestrzeni X . Wiemy, że $A \cap B = A \setminus C$. Czy stąd wynika, że

- a) $A \setminus (B \cup C) = \emptyset$?
- b) $A \cap B \cap C = \emptyset$?
- c) $A \cap C = \emptyset$?

Odpowiedzi uzasadnij!