

Zad. 1 (1) Podaj prawa de Morgana rachunku zdań.

Zad. 2 (3) Zapisz formułę równoważną poniższej nie używając symboli implikacji i koniunkcji.

$$\neg(p \implies \neg q).$$

Zad. 3 (3) Podaj przykład podstawień zdań za zmienne zdaniowe, które świadczą o tym, że poniższa formuła nie jest tautologią.

$$((p \wedge q) \vee r) \iff ((p \vee q) \wedge r).$$

Zad. 4 (3) Wiemy, że A jest zbiorem formuł $\alpha(p, q)$ takich, że formuła

$$\alpha(p, q) \implies \neg\alpha(p, q)$$

jest tautologią i że żadne dwa elementy A nie są równoważne. Czy z tego wynika, że zbiór A ma mniej niż 3 elementy? Odpowiedź uzasadnij.

Zad. 5 (3) Wiemy, że obiekty a, b, c, d nie są zbiorami. Rozważmy warunek

$$(\star) \quad \{a, \{a, b\}\} = \{c, \{c, d\}\}.$$

a) Czy $\langle a, b \rangle = \langle c, d \rangle$ jest warunkiem dostatecznym dla $(\star)$? Odpowiedź uzasadnij.

b) Czy $\langle a, b \rangle = \langle c, d \rangle$ jest warunkiem koniecznym dla $(\star)$? Odpowiedź uzasadnij.

Zad. 6 (4) Definiujemy operację $\clubsuit$ na podzbiorach $\mathbb{R}$ w następujący sposób:

$$x \in A \clubsuit B \iff (x \in A \implies x \in B).$$

Czy dla wszystkich zbiorów A, B zachodzi równość

$$(A \clubsuit A) \clubsuit B = (B \clubsuit B) \clubsuit A?$$

Uzasadnij odpowiedź.

Zad. 7 (3) Ile różnych zbiorów możemy otrzymać stosując operacje sumy, przekroju i dopełnienia (do zbioru liczb rzeczywistych) zbiorów

$$A = \{-2, 2\}, \quad B = \{2k : k \in \mathbb{Z}\}, \quad C = \mathbb{N}.$$

Odpowiedź uzasadnij.

Zad. 8 (3) Podaj wszystkie elementy poniższych zbiorów:

- a) $\{A \cup \{n\} : A \in \mathcal{P}(\{0, 1\}) \wedge n \in \{2, 3\}\},$
- b) $\{\langle \cos x, x^2 \rangle : x \in [0, 2]\} \cap \{2 \sin r : r \in [2, 3]\}$
- c) $\{\langle x, y, z \rangle \in \{1, 2, 3\}^2 : x > 2 \wedge \{x, z, y\} = \{x, y\}\}$

Zad. 9 (4) W układzie współrzędnych naszkicuj wykres funkcji zdaniowej $\varphi(x, y)$, $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$, przy czym

- a) $\varphi(x, y) = „\langle x, y \rangle = \langle y, x \rangle”.$
- b) $\varphi(x, y) = „y \geq x \implies x \geq y”.$

Zad. 10 (3) Zapisz symbolicznie zbiory

- a) zbiór liczb rzeczywistych, których odległość od $\sqrt{2}$ jest wymierna,
- b) zbiór liczb całkowitych, których trzykrotność należy do zbioru A ,
- c) zbiór punktów w $\mathbb{R}^2$, które leżą na brzegu kwadratu o wierzchołkach $\langle 0, 0 \rangle$, $\langle 1, 0 \rangle$, $\langle 0, 1 \rangle$.

Brudnopsis
