
Część 1, Kolokwium 2 Grupa: Imię i nazwisko:

Zad. 1 (5) Niech S będzie zbiorem wszystkich studentów UWr, $m(x)$ funkcją zdaniową x *studiuje matematykę*, $l(x, y)$ funkcją zdaniową x *lubi* y , przy czym zmienne x i y mają zakres S . Zapisz poniższe zdania dotyczące studentów UWr, używając kwantyfikatorów i podanych oznaczeń.

Każdy student, który studiuje matematykę, lubi samego siebie.

Co najmniej dwóch studentów lubi się nawzajem.

Żaden student, który studiuje matematykę, nie lubi żadnego studenta, który jej nie studiuje.

Hugo lubi wszystkich studentów matematyki, ale niestety nie wszyscy studenci, którzy go lubią, lubią wszystkich studentów matematyki.

Zad. 2 (2,5) Podaj przykład ciągu (a_n) liczb rzeczywistych, który łącznie spełnia poniższe warunki

- $\forall n \exists m > n \ a_m < 0$,
- $\forall n \exists m > n \ a_m > 0$.

Zad. 3 (2,5) Podaj przykład liczby naturalnej n spełniającej łącznie poniższe warunki:

- $n > 3 \iff n < 10$,
- $\forall k \in \mathbb{N} (\exists l \in \mathbb{N} \ k \cdot l = n) \implies (k = 1 \vee k > 5)$.

Część 2, Kolokwium 2 Grupa: Imię i nazwisko:

Zad. 4 (8) Rozważmy funkcję $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R})$ daną wzorem

$$f(n) = [n, n+1).$$

oraz funkcję $g: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ daną wzorem

$$g(n, k) = 2n + k.$$

- Czy funkcja f jest różnowartościowa i czy jest „na”? Odpowiedź uzasadnij.

- Czy funkcja g jest różnowartościowa i czy jest „na”? Odpowiedź uzasadnij.

- Znajdź $g[\{\langle n, n \rangle : n \in \mathbb{N}\}]$.

- Wyznacz złożenia $f \circ g$, $g \circ f$, o ile to możliwe (a w przypadkach, gdy to niemożliwe, wytłumacz dlaczego).

Zad. 5 (2) Zapisz, używając symbolu sumy uogólnionej, zbiór tych liczb rzeczywistych, których część ułamkowa jest mniejsza od $\frac{1}{2}$.

Część 3, Kolokwium 2 Grupa: Imię i nazwisko:

Zad. 6 (1) Podaj definicję funkcji odwrotnej do bijekcji $h: A \rightarrow B$.

Zad. 7 (1) Podaj definicję przeciwobrazu zbioru $X \subseteq Y$ przez funkcję $d: A \rightarrow Y$.

Zad. 8 (2) Podaj przykład funkcji $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, która jest „na”.

Zad. 9 (2) Podaj przykład relacji określonej na zbiorze studentów WdM, która nie jest zwrotna i nie jest symetryczna, wraz z uzasadnieniem.

Zad. 10 (4) Zdefiniujmy relację R na zbiorze $X = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ wzorem

$$xRy \iff 10x + y \text{ jest liczbą pierwszą.}$$

Czy relacja R jest zwrotna? symetryczna? przechodnia? słabo antysymetryczna? Odpowiedzi uzasadnij.