
WdM - Lista 5 (ćwiczenia 5 XI 2025)

Zad. 1 Zapisz funkcję zdaniową równoważną funkcji

$$\langle x, y \rangle \notin (A \cup B) \times (C \setminus D)$$

bez używania symboli mnogościowych ($\cup$, $\setminus$, $\times$, itd.)

Zad. 2 Zapisz przy pomocy kwantyfikatorów, używając odpowiednich oznaczeń:

- a) Każdy student, który przyszedł na egzamin, jest przygotowany. (Przykładowe oznaczenia: S - zbiór studentów, $e(x)$ - x przyszedł na egzamin, $p(x)$ - x jest przygotowany.)
- b) Na egzamin przyszli tylko przygotowani studenci.
- c) Żaden student, który przyszedł na egzamin, nie był przygotowany.
- d) Na egzamin przyszedł przynajmniej jeden student.
- e) W każdym mieszkaniu w tym bloku mieszka przynajmniej jedna osoba. (Przykładowe oznaczenia: M - zbiór mieszkań w tym bloku, O - zbiór osób, $m(x, y)$ - x mieszka w y .)
- f) W pewnym mieszkaniu w tym bloku nikt nie mieszka.
- g) Każdy człowiek zna człowieka, który nie zna człowieka, który nikogo nie zna. (Przykładowe oznaczenia: L - zbiór ludzi, $z(x, y)$ - x zna y .)

Zad. 3 Zapisz poniższe zdania i funkcje zdaniowe prozą, w języku potocznym.

- a) $\forall x \ x \notin A$,
- b) $\exists n \in \mathbb{N} \ \forall x \in A \ n \leq x$,
- c) $\forall n \in \mathbb{N} \ \exists m \in \mathbb{N} \ n < m$,
- d) $\forall A \ (A \neq \emptyset \implies \exists B \ (B \subseteq A \wedge \exists x \ x \in B))$,
- e) $\forall x \in \mathbb{R} \ \exists y \in \mathbb{R} \ x + y = 0$,
- f) $\exists x \in \mathbb{R} \ \exists y \in \mathbb{R} \ (x^2 - 3x + 1 = 0 \wedge y^2 - 3y + 1 = 0)$,
- g) $\exists x \in \mathbb{R} \ \exists y \in \mathbb{R} \ (x^2 - 3x + 1 = 0 \wedge y^2 - 3y + 1 = 0 \wedge x \neq y)$,
- h) $\exists n \in \mathbb{N} \ (\exists k \in \mathbb{N} \ (n = 2k + 1) \wedge \exists k \in \mathbb{N} \ (n = 3k))$.

Zad. 4 Zapisz poniższe funkcje zdaniowe symbolicznie. Które z nich są zdaniami? O ciągach zakładamy, że są ciągami liczb rzeczywistych, a o funkcji f , że jej dziedziną i przeciwdziedziną jest zbiór liczb rzeczywistych.

- a) Istnieje nieparzysta liczba naturalna.
- b) Liczba x przy dzieleniu przez 7 daje resztę 3.
- c) Istnieje liczba naturalna, która przy dzieleniu przez 7 daje resztę 3.
- d) Dla każdych różnych liczb rzeczywistych x i y zachodzi $x < y$ lub $y < x$.
- e) Liczba z jest rozwiązaniem równania $x^3 - x^2 + 1 = 0$.
- f) Żaden element zbioru A , który nie jest elementem zbioru B , nie jest rozwiązaniem równania $x^2 + x + 1 = 0$.
- g) Liczba $\sqrt{2}$ jest niewymierna. (Nie używaj tu symboli $\mathbb{Q}$ i $\mathbb{I}\mathbb{Q}$.)
- h) Każdy zbiór jest podzbiorem pewnego zbioru.

- i) Zbiór A ma co najmniej dwa elementy.
- j) Zbiór A ma co najwyżej trzy elementy.
- k) Zbiór A ma dokładnie dwa elementy.
- l) Ciąg (a_n) jest nie jest ani rosnący ani malejący.
- m) Ciąg (a_n) ma zarówno wyrazy dodatnie jak i ujemne.
- n) Od pewnego miejsca wyrazy ciągu (a_n) są dodatnie.
- o) Ciąg (a_n) ma nieskończenie wiele wyrazów ujemnych.
- p) punkt $(4, 1)$ jest punktem przecięcia prostych o równaniach parametrycznych $(x, y) = t(2, 1) + (0, -1)$ i $(x, y) = t(1, 1) + (1, -2)$.
- q) proste o równaniach parametrycznych $(x, y) = t(3, 1) + (1, 1)$ i $(x, y) = t(2, 1) + (3, 4)$ przecinają się.
- r) Funkcja f przyjmuje tylko wartości nieujemne.
- s) Istnieje nieskończenie wiele liczb naturalnych.
- t) Istnieje nieskończenie wiele liczb pierwszych.