ALGEBRA 1, KOLOKWIUM 1 (60 min.), 3 XI 2026, wersja wstępna

Nazwisko i imię:

ZADANIE 1 (12 PT)

Niech $\sigma \in S_8$ będzie jak poniżej:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 4 & 8 & 1 & 7 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

(1) Rozłożyć σ na iloczyn cykli rozłącznych. (**4 PT**)

(2) Policzyć $\operatorname{sgn}(\sigma)$. Odpowiedź szczegołowo uzasadnić! (**4 PT**)

(3) Czy istnieje $\tau \in S_8$, take że $\tau^2 = \sigma$? Odpowiedź szczegołowo uzasadnić! (**4 PT**)

ALGEBRA 1, KOLOKWIUM 1 (60 min.), 3 XI 2026, wersja wstępna

Nazwisko i imię:

ZADANIE 1 (11 PT)

(1) Niech A będzie następującym zbiorem funkcji:

$$A := \{f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \mid f \text{ jest różnowartościowa}\}$$

i niech $\circ$ będzie działaniem składania funkcji w zbiorze A. Czy $(A, \circ)$ jest grupą? Odpowiedź uzasadnić! (**6 PT**)

(2) Wskazać (bez uzasadnienia!) trzy podgrupy cykliczne grupy D_4 trzech różnych rzędów. (**5 PT**)

ALGEBRA 1, KOLOKWIUM 1 (60 min.), 3 XI 2026, wersja wstępna

Nazwisko i imię:

ZADANIE 3 (11 PT)

(1) Niech G będzie grupą i $g \in G$. Udowodnić, że $\mathrm{ord}(g) = \mathrm{ord}(g^{-1})$. (**8 PT**)

(2) Podać przykład grupy G oraz $g \in G$, takiego że $\mathrm{ord}(g) = \mathrm{ord}(g^3)$. (**3 PT**)