Odpowiedzi do zadań listy 7.

1. a) $2^n - 2 = 2(2^{n-1} - 1)$;

b) $\binom{m+n-(k+1)}{m-1}$.

2. (m,n)-ciągów zawierających k serii zer jest $\binom{n-1}{k-1}\binom{m+1}{k}$.

3. $\binom{n-k+1}{k}$.

4. a) $\binom{100}{20} = \binom{100}{80}$;

b) $\binom{79}{9}\cdot\binom{21}{10} = \overset{\text{wstawienie „1"}}{\binom{79}{9}}\Big(\underbrace{2\binom{19}{9}}_{\text{10 serii „0"}} + \underbrace{\binom{19}{10}}_{\text{11 serii „0"}} + \underbrace{\binom{19}{8}}_{\text{9 serii „0"}}\Big) = \binom{79}{9}\left(\binom{20}{10} + \binom{20}{9}\right) \cancel{= 7\cdot}$

6. $P(A) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4$, $P(B) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24}$.

5. $1 - \binom{20}{10}\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$.

7. Dla $p = 0.95$: $1 - \Big[\underbrace{\binom{52}{51}(0.95)^{51}\cdot 0.05}_{k=51} + \underbrace{\binom{52}{52}(0.95)^{52}\cdot 0.05^0}_{k=52}\Big]$.

8. $\left[\frac{\binom{48}{13}}{\binom{52}{13}}\right]^3 \approx 0.028$ (zakładamy niezależność wyników poszczególnych rozdań) – zatem TAK.

9. $2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot 50 - 1 + 1}\cdot\binom{2\cdot 50 - 1}{50 - 1}$

np. P:0, L:1

$(\underbrace{\ldots\ldots,}_{99}P)$

99 „sięgnięć": 49 – do L oraz 50 – do P

10. • $p = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ – prawdopodobieństwo sumy oczek równej 7

$\left(\frac{5}{6}\right)^n \leq \frac{5}{100}$ dla $n = 17$,

• $\left(\frac{5}{6}\right)^6\cdot\frac{1}{6}$.

11. • $2^{\binom{4}{2}} = 2^6 = 64$;

• $\binom{\binom{4}{2}}{i} = \binom{6}{i}$, $i = 0, 1, \ldots, 6$.

---

12. Niech $q = |E(G)|$ oraz n_i oznacza liczbę wierzchołków stopnia „i". Mamy pokazać, że $\sum_i i n_i = 2q$. (*)

Dzielimy $e \in E$ na dwie części, a więc wszystkich „pół-krawędzi" jest $2q$.

Z drugiej strony, każda „pół-krawędź" jest incydentna z dokładnie jednym wierzchołkiem, a liczba „pół-krawędzi" incydentnych z wierzchołkiem jest równa stopniowi wierzchołka. Zatem zachodzi (*).