

Symulacje Lista 4.

Zadania laboratoryjne

- (1) Przeprowadzić następujące eksperymenty dla M/M/1. Napisać program kreślący realizację $L(t)$ dla $0 \leq t \leq 10$. Eksperyment przeprowadzić dla
- (a) $\lambda = 1, \mu = 1.5$ oraz $L(0) = 0$.
 - (b) $\lambda = 1, \mu = 1.5$ i $L(0) = 2$.
 - (c) $\lambda = 1, \mu = 1.5$ i $L(0) = 4$.
 - (d) $L(0) \sim \text{Geo}(\rho)$, gdzie $\rho = \lambda/\mu = 2/3$.
- (2) Kontynuacja zad. 1. Obliczyć $\hat{L}(t_{\max})$, gdzie $\hat{L}(t) = (\int_0^t L(s) ds)/t$ gdy $L(0) = 0$.
- (a) Przeprowadzić eksperyment przy $\lambda = 1, \mu = 1.5$ oraz $L(0) = 0$ dla $t_{\max} = 5, 10, 50, 100, 1000$.
 - (b) Przeprowadzić eksperyment przy $\lambda = 1, \mu = 1.1$ oraz $L(0) = 0$ dla $t_{\max} = 5, 10, 50, 100, 1000$.
- (3) Kontynuacja zad. 1. Przez replikacje rozumiemy teraz pojedynczą realizację $L(t)$ dla $0 \leq t \leq 10$. Dla replikacji $L_i(t)$ zachowujemy wektor $\mathbf{l}_i = (L_i(1), L_i(2), \dots, L_i(10))$ i niech 1000 będzie liczbą replikacji. Obliczyć

$$\hat{\mathbf{l}} = \left(\frac{1}{1000} \sum_{j=1}^{1000} L_j(0.5), \frac{1}{1000} \sum_{j=1}^{1000} L_j(1), \dots, \frac{1}{1000} \sum_{j=1}^{1000} L_j(10) \right).$$

Zrobić wykres średniej długości kolejki w przedziale $0 \leq t \leq 10$.

- (a) Przeprowadzić eksperyment dla $L(0) = 0$.
 - (b) Przeprowadzić eksperyment dla $L(0) \sim \text{Geo}(\rho)$.
- (4) Wygenerować $A_1, A_2, \dots$, w odcinku $[0, 1000]$, gdzie $A_0 = 0$ oraz $A_1 < A_2 < \dots$ są kolejnymi punktami w niejednorodnym procesie Poissona z funkcją intensywności $\lambda(t) = a(2 - \sin(\frac{2\pi}{24}t))$. Przyjąć $a = 10$. Niech $N(t)$ będzie liczbą punktów w odcinku $[0, t]$. Zastanowić się jaki ma rozkład $N(t)$ i znaleźć jego średnią. Policzyc z symulacji $N(1000)/1000$ – średnią liczbą punktów na jednostkę czasu, zwaną asymptotyczną intensywnością $\bar{\lambda}$. Porównać z

$$\int_0^{24} \lambda(t) dt / 24.$$

- (5) Kontynuacja zad. 4. Wygenerować $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{1000}$, gdzie $\tau_i = A_i - A_{i-1}$, $A_0 = 0$ oraz $A_1 < A_2 < \dots$ są kolejnymi punktami w niejednorodnym procesie Poissona z funkcją intensywności $\lambda(t) = a(2 - \sin(\frac{2\pi}{24}t))$. Przyjmując $a = 10$. Obliczyć średni odstęp między punktami $\hat{\tau} = \sum_{j=1}^{1000} \tau_j / 1000$.
- (6) Napisać program symulujący realizację procesu liczby zadań w systemie M/G/ ∞ . Przeprowadzić eksperyment z
- (a) $\lambda = 5$ oraz $G = \text{Exp}(\mu)$ z $\mu = 1$.
 - (b) $\lambda = 5$ oraz rozmiary zadań mają rozkład Pareto z $\alpha = 1.2$ pomnożonym przez 0.2 (tak aby mieć średnią 1).
- Na jednym wykresie umieścić $\int_0^t L(s) ds / t$ dla $1 \leq t \leq 100$ z symulacji (a) i (b).