

Tomasz Rolski
Instytut Matematyczny
Uniwersytet Wrocławski

Symulacje, wykład 5

Tomasz Rolski

Metoda symulacji po zdarzeniach

Należy określić zmienne i zdarzenia.

Zmienne

- zmienna czasowa (t)
- zmienne licznikowe ($N_1, N_2, \dots, N_k$)
- zmienne stanów systemu ($n_1, \dots$)

Jedno-kanalowy system kolejkowy

Przypadek 1. W chwili $t = 0$ system jest pusty.

- $a_1 < a_2 < \dots$ – momenty zgłoszeń zadań do systemu; i -te w chwili a_i .
- $s_1, s_2, \dots$ – rozmiary zadań; rozmiar i -go jest s_i ; zakładamy $s_i > 0$
- c serwerów
- regulamin – FCFS (obsługa zgodna z kolejnością zgłoszeń)
- w_i – czas czekania i -tego zadania
- $d_i = w_i + s_i$ – czas odpowiedzi i -tego zadania
- $l(t) = \sum_i 1(a_i < t \leq a_i + d_i)$ – liczba zadań w systemie

$A_i = t_i - t_{i-1}$, gdzie $t_0 = 0$.

Zmienne:

- zmienna czasu – t
- liczniki:
 N_A – liczba zgłoszeń do czasu t (włącznie)
 N_D – liczba odejść (wykonanych zadań) do czasu t (włącznie)
- zmienna systemowa – n liczba zadań w chwili t ,

T – horyzont czasowy symulacji. Po T nie będziemy rejestrować już wejść ale jedynie wyjścia.

Zdarzenia: *zgłoszenie, odejście*

- lista zdarzeń (LZ): t_A, t_D - czasy następnego odpowiednio zgłoszenia i odejścia, LZ może być: $\{t_A\}$, $\{t_A, t_D\}$, $\{t_A\}$, $\{t_D\}$, $\emptyset$
- $A(i)$, $D(i)$ - zmienne otrzymane (output variables) – moment zgłoszenia i moment wykonania i -tego zadania
- T_p – czas od ostatniego odejścia.

Jedno-kanałowy system kolejkowy

- T – horyzont czasowy symulacji. Po T nie będziemy rejestrować już wejść ale jedynie wyjścia.
- $a_i \sim F(t)$ – dystrybuanta odstępu między zgłoszeniami.

ZAŁOŻENIE:

1. Ciąg odstępów pomiędzy zgłoszeniami (a_i) składa się z niezależnych zmiennych losowych o jednakowym rozkładzie F .
2. Ciąg rozmiarów zadań składa się z niezależnych zmiennych losowych o jednakowym rozkładzie G .

Jakie dane rejestrować (output variables):

- $((t_j, N_A(t_j), N_D(t_j)))$
- $(A(i), D(i))$

Zauważmy:

- Na podstawie $\{(t_j, N_A(t_j), N_D(t_j))\}$ możemy wykreślić realizację $l(s)$, $0 \leq s \leq T$, ponieważ $n(t_j) = N_A(t_j) - N_D(t_j)$
- Na podstawie $\{A(i), D(i)\}$ możemy znaleźć ciąg $d_i = D(i) - A(i)$
- Losujemy $X \sim F$.
- Jeśli $X > T$, to $N_A = 0$.
- Jeśli $X \leq T$,
to podstawiamy
 $t = n = N_A = N_D = 0$, $t_A = X$ i $LZ = \{t_A\}$.

Zauważmy, że przypadek $LZ = \{t_A\}$ odpowiada sytuacji zdarzenia z $n = 0$

Algorytm Następny krok zależy od stanu LZ .

PRZYPADEK 1. $LZ = \{t_A\}$.

- resetuj: $t := t_A$,
- resetuj : $n := n + 1$,
- resetuj: $N_A = N_A + 1$
- dołącz: $A(N_A) = t$
- generuj: zm. los. X o rozkładzie F do najbliższego zgłoszenia,
- generuj: zm. los. S o rozkładzie G (rozmiar następnego zadania),
- resetuj: jeśli $t + X > T$ to: $t_D = t + S$; nowy $LZ = \{t_D\}$
- resetuj: jeśli $t + X \leq T$, to $t_D = t + S$,
 $t_A = t + X$; nowy $LZ = \{t_A, t_D\}$.

PRZYPADEK 2. $LZ = \{t_A, t_D\}$, gdzie $t_A \leq t_D$.

- resetuj: $t = t_A$
- resetuj: $n = n + 1$

- resetuj $N_A = N_A + 1$
- dołącz: $A(N_A) = t$
- generuj: $X \sim F$
- resetuj: jeśli $t + X > T$ to podstaw t_D ; nowy $LZ = \{t_D\}$
- resetuj: jeśli $t + X \leq T$, to podstaw t_D , $t_A = t + X$; nowy $LZ = \{t_A, t_D\}$

Algorytm; cd.

PRZYPADEK 3. $LZ = \{t_A, t_D\}$, gdzie $t_A > t_D$.

- resetuj: $t = t_D$
- resetuj: $n = n - 1$
- resetuj $N_D = N_D + 1$
- dołącz: $D(N_D) = t$
- jeśli $n > 0$: jeśli to generuj: $Y \sim G$ i resetuj $t_D = t + Y$, nowa lista zdarzeniowa $LZ = \{t_A, t_D\}$
- jeśli $n = 0$ to nowa $LZ = \{t_A\}$

PRZYPADEK 4: Lista zdarzeniowa $LZ = \{t_D\}$

- Procedura wg przyp. 3, z tą różnicą, że jeśli zresetowana wartość $n = 0$ to resetujemy listę zdarzeniową $\emptyset$

PRZYPADEK 4: Lista zdarzeniowa $\emptyset$

- skończ symulacje