

Rachunek prawdopodobieństwa IB (45 godz. wykł., 30 godzin ćw)

Wymagania: Teoria miary

Wykład: Tomasz Rolski, ćwiczenia: Konrad Kolesko

Celem wykładu jest zaznajomienie z podstawowymi pojęciami i twierdzeniami rachunku prawdopodobieństwa. Wykład będzie prowadzony od podstaw, przy użyciu narzędzi i pojęć teorii miary. Takie podejście pozwala wysłować i zrozumieć twierdzenia, i stanowi podstawę do dalszych studiów matematycznych z statystyki matematycznej i teorii procesów stochastycznych. Jednocześnie będą rozwijane intuicje probabilistyczne, które są podstawą rozwoju przedmiotu.

Zalecana literatura:

- Jakubowski, J. & Sztencel, R.(2004)
Wstęp do teorii prawdopodobieństwa.
SCRIPT. (zamówienia: www.script.com.pl)

Inne wartościowe pozycje:

- Billingsley, P. (1987) *Prawdopodobieństwo i miara*. PWN Warszawa (tłumaczenie z ang.)
- Breiman, L. (1968) *Probability*. Addison-Wesley. Reading, MA.
- Chung, K.L. (1974) *A Course of Probability Theory*. Academic Press, New York.
- Feller, W. (1966) *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa*. PWN. (t. I) (tłumaczenie z ang.)
- Durrett, R. (2005) *PROBABILITY; Theory and Examples; Third Ed.*
- Hald, A. (1990) *A History of Probability & Statistics*, Wiley.

Bardziej zaawansowane:

- Kallenberg, O. *Foundation of Modern Probability*. Springer, New York.
- Shiryaev, A.N. (1995) *Probability*. Springer, New York.
- Feller, W. (1969) *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa*. PWN. (t. II)

Szczegółowy program wykładu:

1. Opis doświadczenia losowego. Aksjomaty teorii prawdopodobieństwa. Wzór włączeń i wyłączeń.
Klasyczna definicja prawdopodobieństwa. Podstawowe schematy kombinatoryczne. (wariacje z powtórzeniami, wariacje bez powtórzeń, kombinacje, zadanie o dniach urodzin, paradoks kawalera de Mere, koincydencje) (to było na KiERP).
2. Podstawowe własności miary probabilistycznej. Prawdopodobieństwo geometryczne (paradoks Bertranda, zadanie o igle Buffona).
3. Prawdopodobieństwo warunkowe. Wzór na prawdopodobieństwo całkowite i wzór Bayesa.
4. Zmienna losowa, σ -ciało generowane przez zmienną losową, rozkład zmiennej losowej, gęstość rozkładu. Wektor losowy i jego rozkład i dystrybuenta (rozkład absolutnie ciągły, rozkład dyskretny). Sumy niezależnych zmiennych losowych (splot rozkładu). Twierdzenie o podstawieniu. Ciągi niezależnych zmiennych losowych..
5. Niezależność zdarzeń. Schemat Bernoulliego. Lemat Borela-Cantelliego. Niezależność a produktowanie przestrzeni probabilistycznych. Istnienie niezależnego ciągu niezależnych zmiennych losowych o zadanych rozkładach. Informacja o tw. Kołmogorowa o zgodności.
6. Parametry rozkładu (wartość oczekiwana, wariancja, kowariancja). Przegląd najważniejszych rozkładów: dyskretnych (dwumianowy, Poissona, geometryczny) oraz ciągłych (jednostajny, wykładniczy, normalny, gamma,

Cauchego, Pareto). Wielowymiarowy rozkład normalny. Rozkłady funkcji od zmiennej lub wektora losowego.

7. Podstawowe nierówności (Szwarca, Jensena, Höldera, Czebyszewa). Rodzaje zbieżności zmiennych losowych.
8. Sumy niezależnych losowych. Prawo zero-jedynkowe Kołmogorowa. Twierdzenie o dwóch szeregach. Twierdzenie Kołmogorowa o trzech szeregach (dowód w jedną stronę). Nierówność Kołmogorowa.
9. Mocne prawo wielkich liczb Kołmogorowa.
10. Twierdzenie Poissona (przybliżanie rozkładem Poissona lub normalnym, reguła trzech sigma).
11. Słaba zbieżność rozkładów. Jędrne rodziny rozkładów. Zbieżność dystrybuant.
12. Funkcje charakterystyczne. Funkcje charakterystyczne a momenty. Twierdzenie Lévy'ego-Cramera o ciągłości. Wielowymiarowe funkcje charakterystyczne. Wzory na funkcje charakterystyczne rozkładów dyskretnych (jednopunktowy, dwupunktowy, Poissona, dwumianowy, geometryczny) oraz rozkładów ciągłych (normalny, jednostajny, gamma, dwustronny wykładniczy, trójkątny) oraz wielowymiarowy normalny.
13. Centralne twierdzenie graniczne. Aproksymacje sum niezależnych zmiennych losowych. Informacja o zastosowaniu CTG w statystyce.
14. Ogólna teoria warunkowych wartości oczekiwanych.

Egzamin Egzamin pisemny, składający się z 6-8 problemów, i trwający 2-3 godz.