

Sylabus

Wprowadzenie do Symulacji i Metod Monte Carlo

Tomasz Rolski

Semestr zimowy 2017

Streszczenie Chociaż *Stochastyczne symulacje* i *teoria Monte Carlo* są bardzo często są nazwami tej samej teorii my będziemy je rozróżniać. Pierwszy termin będzie więc dotyczył teorii generatorów oraz metod generowania liczb losowych o zadanych rozkładach lub bardziej właściwie liczb pseudo-losowych, bo tylko takie mogą być generowane na komputerze. Natomiast teoria Monte Carlo zajmuje się teoretycznymi podstawami opracowania wyników, planowania symulacji, konstruowaniu metod pozwalających na rozwiązywanie konkretnych zadań, itp.

Następujące treści będą omawiane podczas wykładu:

- zarys teorii generatorów liczb losowych oraz ich testowanie
- sposoby generowania liczb losowych o zadanych rozkładach,
- podstawowe pojęcia dotyczące błędów, poziomu istotności, liczby replikacji i ich związków,
- przykładowe zadania rozwiązywane metodami symulacji stochastycznej,

- metody zmniejszenia liczby replikacji przy zadanym poziomie błędu i poziomie istotności.

Ponadto algorytmy do symulacji pewnych klas procesów stochastycznych (ruch Browna, geometryczny ruch Browna, modeli telekomunikacyjnych, itp.) Na koniec w zależności od zainteresowania słuchaczy będą przedstawione wybrane metody symulacji: w inżynierii finansowej lub badaniach operacyjnych lub zadaniach kombinatorycznych czy metody doskonałej (exact) symulacji dla łańcuchów Markowa.

Będzie potrzebne zaliczenie ćwiczeń teoretycznych oraz laboratorium. Wykład kończy się egzaminem pisemno-testowym. W przypadku otrzymania z zaliczenia laboratorium 4.5, to wynik egzaminu będzie podwyższony o $1/2$ a w przypadku 5 wynik będzie podwyższony o 1. Nie dotyczy to wyniku niedostatecznego z egzaminu.

Ćwiczenia będą zaliczone na podstawie 2-ch kolokwium (proste zadanka i pytania dotyczące pojęć i twierdzeń) oraz aktywności na ćwiczeniach.

Wymagania Rachunek prawdopodobieństwa.

Materiały (skrypt plus zbiór zadań) do wykładu są dostępne na mojej stronie domowej www.math.uni.wroc.pl/~rolski w zakładce Zajęcia/

Ponadto będą też przerabiane zadania z strony domowej dr P. Lorka: www.math.uni.wroc.pl/~lorek/teaching/2016sim.php

Literatura: Rolski, T. *Symulacje Stochastyczne i Metoda Monte Carlo* skrypt dostępny na <http://www.math.uni.wroc.pl/~rolski/indexpl.html>

Ross, S.M. (1991)
A Course in Simulation.
Macmillan, New York.

N. Madras (2002)
Lectures on Monte Carlo Methods.
American Mathematical Society, Providence

Bardziej ambitne referencje to:

Asmussen, S. & Glynn
Stochastic Simulations; Algorithms and Analysis.
Springer, New York, 2007.

Szczegółowy program wykładu

1. Wstęp:

liczby losowe i quasi losowe, losowe bity
 generatory liczb losowych
 trestowanie losowości generatorów liczb losowych i bitów.

2. Symulacja zmiennych i wektorów losowych o zadanych rozkładach:

metoda dystrybuanty odwrotnej; przypadek ogólny – algorytm ITM,
 rozkład wykładniczy,
 rozkład Pareto,
 rozkłady ciężko i lekkoogonowe,
 algorytm ITM-d oraz ITR dla rozkładów kratowych,
 rozkład dwumianowy,
 rozkład Poissona,
 metoda eliminacji,
 symulowanie $N(0,1)$ metodą eliminacji,
 symulowanie rozkładu gamma,
 symulowanie wektora normalnego,
 metoda Boxa-Müllera, metoda biegunowa Boxa-Müllera,
 metoda Choleskyego,
 metoda ROU,
 symulacja rozkładów jednostajnych w kostkach, kulach i innych pozbiorach R^d oraz sferze $\mathcal{S}_{d-1}$.

3. Podstawy metod Monte Carlo– niezależne replikacje,

estymacja nieobciążona,
 przedział ufności, błąd bezwzględny i względny, fundamentalny
 wzór $e\sqrt{n} = 1.96\sigma$, budżet symulacji,
 zgrubna metoda Monte Carlo (CMC),
 losowanie warstwowe (SS),

losowanie istotnościowe (IS),

metoda wykładniczej zamiany miary (ECM),

optymalna zamiana miary (OECM), (γ -ECM).

symulacja prawdopodobieństwa ruiny,

efektywna i logarytmicznie efektywna symulacja zdarzeń rzadkich.

twierdzenia o optymalności symulacji metodą OECM.

4. Symulacje stochastyczne w badaniach operacyjnych(do wyboru), finansach i ubezpieczeniach (do wyboru),
5. Planowanie symulacji procesów stochastycznych(do wyboru),
6. Symulacje w inżynierii finansowej (do wyboru),
7. Symulacje procesów Markow; symulacja doskonała (do wyboru).