

# Wstęp do matematyki ubezpieczeniowej

Tomasz Rolski

Semestr zimowy 2018

**Streszczenie** Celem wykładu jest zapoznanie się z podstawowymi pojęciami matematyki ubezpieczeniowej na poziomie podstawowym ale zgodny z wymogami rzemiosła matematycznego. Będą przedstawione elementy teorii ubezpieczeń na życie oraz teorii ryzyka.

**Wymagania** Rachunek prawdopodobieństwa, znajomość elementów rachunku procentu złożonego.

Następujące treści były omówione:

## Część I: Ubezpieczenia życiowe

- Elementy analizy przeżycia dla aktuariuszy:

przyszły czas życia  $T_x$  dla  $x$ -latka, przyszły obcięty czas życia  $K_x$  dla  $x$ -latka, funkcja przeżycia, natężenie śmiertelności,

podstawowe oznaczenia aktuarialne  ${}_t p_x, {}_t q_x, {}_{t|u} q_x, p_x, q_x, {}_t | q_x$ .

Przypadek jednorodnej populacji; HJP.

Intepolacja rozkładu pomiędzy wiekami całkowitymi: hipoteza HU.

Analityczne prawa śmiertelności.

Tablice trwania życia.

- Elementy teorii procentu składanego:

Akumulacja i dyskontowanie, Nominalne stopy oprocentowania i dyskonta.

- Najprostsze polisy ubezpieczeniowe:
  - świadczenia płatne na koniec roku śmierci, na koniec  $m$ -tej części roku, w momencie śmierci,
  - pojęcie jednorazowej składki netto,
  - polisy: ubezpieczenia na całe życie, ubezpieczenia terminowe, ubezpieczenia na życie i dożycie, ubezpieczenia czyste na dożycie.
- Renty życiowe:
  - renta życiowa bezterminowa i terminowa, tożsamości i związki z JSN odpowiednich ubezpieczeń,
  - renty życiowe z góry, dołu ciągłe, płatne  $m$  razy w roku.
- Składki netto:
  - różne metody płatności (JSN , płatności okresowe), dyskretne i ciągłe
  - równanie wartości dla składek netto,
  - wzory składek dla podstawowych umów.

### Część I: Ubezpieczenia nieżyciowe

- $X$  - indywidualna strata, ryzyko:
  - składki od ryzyka,
  - podstawowe charakterystyki ryzyka  $X$ : średnia, wariancja, odchylenie standardowe, skośność, kurtoza,
  - rozkłady ciągłe ryzyk i ich charakterystyki: normalny  $(\mu, \sigma^2)$ , logarytmicznie normalny  $(\mu, \sigma^2)$ , gamma  $(\alpha, \theta)$ , jednostajny  $[a, b]$ , Pareto  $(\alpha, \theta)$ ,
  - rozkłady dyskretne ryzyk i ich charakterystyki; zmienne liczące: Poissona  $\lambda$ , ujemny dwumianowy  $(r, \beta)$ ,
  - funkcja tworząca, funkcja tworząca momenty, funkcja charakterystyczna,
  - mieszanki rozkładów,
  - klasa  $(a, b, 0)$  i  $(a, b, 1)$  dla rozkładów liczących,
  - rozkład lekko-ogonowy i ciężko-ogonowy.

- Miary ryzyka:  $Q_\alpha$  -  $\alpha$ -kwantyl lub równoważnie  $\text{VaR}_\alpha(X)$ ,  
ogonowy  $\text{TVaR}_\alpha(X)$ ,  
Podstawowe kontrakty ubezpieczeniowe dla ryzyk indywidualnych:  
wkład własny, ryzyko dla ubezpieczyciela na pojedynczą szkodę i ryzyko dla ubezpieczyciela na pojedynczą płatność, franczyza redukcyjna, współpłacenie, dopuszczalny limit (policy limit)
- Modele zagregowanej straty:  
model indywidualny,  
model kolektywny,
- rozkłady złożone w tym złożony rozkład Poissona, średnia (tożsamość Walda) i wariancja zmiennej z złożonym rozkładem, aproksymacja zagregowanej straty przy użyciu centralnego twierdzenia granicznego oraz złożonym rozkładem Poissona,  
algorytm Panjera,  
ubezpieczenie “stop-loss” dla zagregowanej straty, reasekuracja.

## Literatura:

**Błaszczyszyn, B. & Rolski, T.**

*Podstawy matematyki ubezpieczeń na życie.*

**WNT, 2004.**

**Skałba, M.**

*Ubezpieczenia na życie,*

**wyd. II - 2002: WNT.**

**Klugman, S.A., Panjer, H.H. and Willmot, G.E.**

*Loss Models. From data to decisions, Fourth Ed. 2012.*

**Wiley i Society of Actuaries.**

**Rolski, T., Schmidli, H., Schmidt, V. i Teugels, J. (1999)**

*Stochastic Processes for Insurance and Finance, Wiley,*

**Chichester.**