

## MUMIO: Lab 2, Rozkłady, sploty, dystrybuanta empiryczna

1. (3p.) Zmienna  $X_1$  ma rozkład wykładniczy o wartości oczekiwanej 1, a niezależna od niej zmienna  $X_2$  ma rozkład dany gęstością:

$$f_{X_2}(x) = \begin{cases} 2x, & \text{dla } x \in (0, 1), \\ 0, & \text{dla } x \in (0, 1). \end{cases}$$

Wylicz  $P(X_1 + X_2 \leq 2)$ .

2. (3p.) Zmienne losowe  $X_1$  i  $X_2$  są niezależne i mają jednakowy rozkład o dystrybuancie:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{dla } x < 0, \\ 0.9 + x \cdot 0.01, & \text{dla } 0 \leq x \leq 10, \\ 1, & \text{dla } x > 10. \end{cases}$$

Wylicz prawdopodobieństwo  $P(X_1 + X_2 \leq 15)$ .

3. (3p.) Zmienna  $X_1$  ma rozkład wykładniczy o wartości oczekiwanej 1, a niezależna od niej zmienna  $X_2$  ma rozkład jednostajny na przedziale  $(0, 1)$ . Wylicz  $P(X_1 + X_2 \leq 2)$ .
4. (3p.)  $X_1$  i  $X_2$  to dwa niezależne ryzyka o zbiorze możliwych wartości  $\{0, 1, 2, \dots\}$ . Znamy wartości dystrybuanty  $F_1(x) = P(X_1 \leq x)$  oraz  $F_S(x) = P(X_1 + X_2 \leq x)$ :

| $x$ | $F_1(x)$ | $F_S(x)$ |
|-----|----------|----------|
| 0   | 0.6      | 0.12     |
| 1   | 0.8      | 0.46     |
| 2   | 0.9      | 0.58     |
| 3   | 1        | 0.83     |

Wylicz  $P(X_2 = 2)$ .

5. (3p.) Ryzyko  $X$  ma rozkład z atomami  $P(X = 0) = 0.8$ ,  $P(X = 1) = 0.1$  oraz gęstość  $f_X(x) = 0.1$  dla  $x \in (0, 1)$ . Ryzyko  $Y$  ma rozkład z atomami  $P(Y = 0) = 0.7$ ,  $P(Y = 2) = 0.1$  i gęstością  $f_Y(y) = 0.1$  dla  $y \in (0, 2)$ . Znajdź dystrybuanty zmiennych  $X$  oraz  $Y$  i oblicz ich sploty.
6. (3p.) Policz  $P(X + Y \leq 5)$  dla  $X, Y$  niezależnych o rozkładzie dwumianowym z parametrami  $n = 10, p = 1/3$ .
7. (M) Zrób animację wykresu funkcji prawdopodobieństwa rozkładu w wybranym przez siebie zakresie parametrów, dla
- (a) Rozkład Poissona z parametrem  $\lambda$ :  $p(j) = \exp(-\lambda)\lambda^j/j!$ ,  $j = 0, 1, 2, \dots$
  - (b) Rozkład dwumianowy z parametrami  $n = 1, 2, \dots, p \in (0, 1)$ :  $p(j) = \binom{n}{j}p^j(1-p)^{(n-j)}$ ,  $j = 0, \dots, n$ .
  - (c) Rozkład geometryczny z parametrem  $p$ :  $p(j) = p(1-p)^j$ ,  $j = 0, 1, \dots$

8. (M) Wygeneruj (Maple) próbkę z rozkładu wykładniczego oraz z rozkładu Pareto i zbadaj graficznie jakość przybliżenia rozkładów przez odpowiednie dystrybuanty empiryczne.
9. (M) Wygeneruj próbkę z rozkładu Poissona i sporządź histogram tej próbki.
10. (M) Wygeneruj próbkę z rozkładu wykładniczego i przetestuj ją metodą QQ-plot względem wybranych rozkładów.