

MUMIO Lab 3 (splot, transformaty, momenty)

1. Zmienna X ma rozkład dwumianowy $b(5, 1/2)$, zmienna Y ma rozkład geometryczny na $0, 1, 2, \dots$ o wartości oczekiwanej 2. Załóżmy, że X i Y są niezależne. Niech $S = X + Y$. Policz prawdopodobieństwo $P(S \leq 2)$ używając:
 - a) (3p.) funkcji tworzących i rozwinięcia Taylora
 - b) (3p.) definicji splotu ciągów
 - c) (3p.) rozważając rozkład łączny na $\mathbb{Z}^2$.
2. (3p.) Funkcja tworząca prawdopodobieństwa zmiennej losowej X w punkcie t ma postać: $P_X(t) = E(t^X)$. Znajdź funkcje tworzące prawdopodobieństwa dla następujących rozkładów dyskretnych:
 - $Poi(\lambda)$
 - $Bin(n, p)$ (Dwumianowy)
 - $Geo(p)$ (Geometryczny)Rozkład atomowy skupiony w punktach $1, \dots, N$ z prawdopodobieństwami $p_1, \dots, p_N$
3. (3p.) Funkcja tworząca momenty zmiennej losowej X w punkcie t ma postać: $M_X(t) = E \exp(tX)$. Znajdź funkcje tworzące momenty dla następujących rozkładów dyskretnych:
 - $Poi(\lambda)$ (Poissona)
 - $Geo(p)$ (Geometryczny)
 - $Bin(n, p)$ (Dwumianowy)rozkład atomowy skupiony w punktach $a_1, \dots, a_N$ z prawdopodobieństwami $p_1, \dots, p_N$
4. (M) Oblicz (różniczkując transformaty) , $E(X)$, $E((X - EX)^2)$, $E((X - EX)^3)$ - momenty zmiennych losowych z poprzednich zadań. Znajdź te momenty używając skrótowych metod Maple.
5. (M) Niech X ma rozkład Poissona, $EX = 2$, Y ma rozkład geometryczny od zera, $EY = 2$. Znajdź dokładne wartości $P(X + Y = k)$, $k = 0, \dots, 20$ dla X i Y niezależnych. Zrób wykres tej funkcji.
6. (M) Niech $S = X_1 + \dots + X_N$, gdzie X_i są iid o rozkładzie standardowym Poissona, niezależne od N o rozkładzie geometrycznym od 1, o wartości oczekiwanej 3. Znajdź dokładne wartości $P(S = k)$, $k = 0, \dots, 20$. Zrób wykres tej funkcji.