

Każdy wielomian stopnia co najwyżej $n - 1$ jest wyznaczony przez wartości w n punktach $x_1 < x_2 < \dots < x_n$, np. $x_k = \frac{k-1}{n}$. Można ten wielomian zapisać jawnym wzorem za pomocą wielomianów interpolacyjnych Lagrange'a

$$p(x) = \sum_{k=1}^n p(x_k) \prod_{j \neq k} \frac{x - x_j}{x_k - x_j}.$$

Wtedy

$$\int_0^1 p(x) dx = \sum_{k=1}^n a_k p(x_k), \quad (1)$$

gdzie

$$a_k = \int_0^1 \prod_{j \neq k} \frac{x - x_j}{x_k - x_j} dx.$$

Powstaje pytanie, czy (1) może być spełniony dla wielomianów stopnia wyższego od $n - 1$ pomimo, że rozważamy wartości w n punktach tylko? Okazuje się, że przy odpowiednim wyborze punktów wzór jest prawdziwy dla wielomianów do stopnia $2n - 1$. Punkty $x_1, x_2, \dots, x_n$ powinny być zerami n -tego wielomianu Legendre'a. Wzór nie może być prawdziwy dla wielomianów stopnia $2n$, bo nie jest spełniony dla $(x - x_1)^2(x - x_2)^2 \dots (x - x_n)^2$.

Podobnie zamiast wielomianów można rozważać wielomiany trygonometryczne, bo $\cos nt = p_n(\cos t)$ oraz $\sin(n+1)t = q_n(\cos t) \sin t$, gdzie p_n i q_n są tzw. wielomianami Czebyszewa pierwszego i drugiego rodzaju.