Dla liczby $\varepsilon > 0$ wybieramy n takie, że Dla $0 \leqslant x \leqslant \frac{1}{n}$ mamy

$$f(x) - f(\tfrac{1}{n})nx = [f(x) - f(0)] - [f(\tfrac{1}{n}) - f(0)]nx + f(0)(1 - nx)$$

Zatem

$$|f(x) - f(\tfrac{1}{n})nx| \leqslant |f(x) - f(0)| + |f(\tfrac{1}{n}) - f(0)| + |f(0)| < 2\varepsilon + |f(0)|$$

Podobnie dla $1 - \frac{1}{n} \leqslant x \leqslant 1$ otrzymamy

$$|f(x) - f(1 - \tfrac{1}{n})n(1 - x)| < 2\varepsilon + |f(1)|$$

Zatem

$$\|f - f_n\|_\infty \leqslant \max\{|f(0)|, |f(1)|\} + 2\varepsilon$$

Stąd

$$\|[f]\| = \max\{|f(0)|, |f(1)|\}$$