

EGZAMIN Z MATEMATYKI WYŻSZEJ
ZADANIA PRZYKŁADOWE

1. Obliczyć granice

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{2x - 4}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 + 2n^2 - 1}{-n^4 + n + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 4x}{x}.$$

2. Pokazać, że równanie

$$x^4 + 2x - 2 = 0$$

ma pierwiastek w przedziale $(0,1)$. Czy równanie to ma pierwiastek w przedziale $(\frac{1}{2}, 1)$?

3. Obliczyć pochodne funkcji

$$h(t) = \cos(\ln t^3), \quad f(x) = \frac{1 - x^2}{\sqrt{x + 2}}.$$

4. Prostokątny plac jest ograniczony parkanem z trzech stron i murem z jednej strony. Jaka może być maksymalna powierzchnia placu, jeśli długość parkanu wynosi 60 m ?

5. Obliczyć całki

$$\int (\sin x - x^{\frac{1}{3}} + e^{-x}) dx \quad \int_0^1 x^3(x^4 + 1)^5 dx.$$

6. Basen o szerokości 10 m, długości 25 m i wysokości 3 m napełniono wodą do poziomu 2 m. Znaleźć pracę potrzebną do wypompowania wody z basenu przez odpływ znajdujący się na krawędzi basenu (tzn. 1 m nad powierzchnią wody).