

**Lista Nr 02, ćwiczenia**

(wyk. 22 X 10 r.)

Celem listy jest zwrócenie uwagi na błędy jakie mogą wystąpić przy wykonywaniu obliczeń. Polecenie „wykonać obliczenia na komputerze” oznacza napisanie odpowiedniego skryptu w *MatLabie* oraz opracowanie programu w języku *C* lub *Pascalu*. **Oczywiście obliczenia wykonujemy na laborkach!**

1. Przekształcić następujące wyrażenia tak, aby obliczanie ich wartości było poprawne [?, ss. 31]<sup>1</sup>:

(a)  $\frac{1}{1+2x} - \frac{1-x}{1+x}$  dla  $|x| \ll 1$ ;

(b)  $\sqrt{x + \frac{1}{x}} - \sqrt{x - \frac{1}{x}}$  dla  $x \gg 1$ ;

(c)  $\frac{1-\cos x}{x}$  dla  $x \neq 0, |x| \ll 1$ .

Wykonane przekształcenia poprzeć obliczeniami teoretycznymi i wykonanymi na komputerze. Dla programu napisanego w języku *C* lub *Pascalu* używać liczb zmiennoprzecinkowych różnej precyzji.

2. Rozważmy następujący ciąg liczbowy [?, Ex. 4, ss. 15]:  $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$ . Ciąg ten może być otrzymany przy pomocy następującej formuły rekurencyjnej

$$\begin{aligned} p_0 &= 1, \\ p_1 &= \frac{1}{3}, \\ p_n &= \frac{10}{3}p_{n-1} - p_{n-2}, \quad \text{dla } 1 < n. \end{aligned} \quad (1)$$

Wykazać, że formuła (1) określa nasz ciąg liczbowy, tzn. wykazać, że  $p_n = \frac{1}{3^n}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Używając wzoru rekurencyjnego (1) wykonać obliczenia na komputerze i otrzymane wyniki porównać z obliczeniami wykonanymi teoretycznie.

3. Jak wiadomo (dla  $\Delta > 0$ ), pierwiastki równania  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$  są dane wzorami [?, zad. 8, ss. 18]:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{i} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

(a) Pokazać, że  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$  i  $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ .

(b) Korzystając z punktu (a) wykazać, że

$$x_1 = \frac{-2c}{b + \sqrt{b^2 - 4ac}} \quad \text{i} \quad x_2 = \frac{-2c}{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}.$$

- (c) Używając obu wzorów na obliczenie pierwiastka  $x_1$ , wyznaczyć największy pierwiastek równania  $x^2 + 62.10x + 1 = 0$  (oryginalnie w arytmetyce czterocyfrowej). Dokładna wartość  $x_1$  (w arytmetyce siedmiocyfrowej) wynosi  $-0.01610723$ .

Wrocław, dnia 16/11/2010

<sup>1</sup> Znaczenie zapisów:

- $|x| \ll 1 - |x|$  „bliski” zera,
- $x \gg 1 - x$  jest „bardzo dużą liczbą dodatnią”.