

Lista Nr 02, laboratorium

(wyk. 22 X 10 r.)

1. Zapoznać się z stroną „*Floating-Point Arithmetic*”¹.
2. Z wykładu wiadomo, że ciąg $I_k = \frac{1}{e} \int_0^1 x^k e^x dx$, $k = 0, 1, 2, \dots$ jest zbieżny do zera oraz spełnia zależność rekurencyjną $I_k = 1 - k I_{k-1}$, $k = 1, 2, \dots$ ($I_0 = 1 - \frac{1}{e}$). Sprawdzić przy pomocy *MatLaba*, czy ciąg I_k określony rekurencyjnie jest też zbieżny do 0.
3. Znaleźć wzór na x_n spełniające:

$$(a) \quad x_{n+1} - nx_n = 0, \quad (b) \quad x_{n+1} - x_n = n \quad (c) \quad x_{n+1} - x_n = 2.$$

4. Dla równania różnicowego $x_n = 2(x_{n-1} + x_{n-2})$ pokazać, że ogólne rozwiązanie jest dane wzorem $x_n = \alpha(1 + \sqrt{3})^n + \beta(1 - \sqrt{3})^n$.
5. Zbadać, czy ciąg określony wzorem $x_n = x_{n-1} + x_{n-2}$ jest zbieżny do zera.
6. Dla **Zad. 4** i **Zad. 5** przeprowadzone teoretyczne rachunki poprzeć obliczeniami.
7. Niech będzie dane równanie różnicowe

$$\begin{cases} 4x_{n+2} - 8x_{n+1} + 3x_n = 0, \\ x_0 = 0, \quad x_1 = -2. \end{cases}$$

Obliczyć wyraz x_{100} .

8. Wyznaczyć numerycznie ciąg x_n spełniający

$$\begin{cases} x_{n+2} - (\pi + \pi^{-1})x_{n+1} + x_n = 0, \\ x_0 = 1, \quad x_1 = \pi. \end{cases}$$

9. ²Które z przybliżeń π

$$\begin{aligned} \pi &= 4 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots \right), \\ \pi &= 6 \left(0.5 + \frac{(0.5)^3}{2 \cdot 3} + \frac{3(0.5)^5}{2 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 5(0.5)^7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} + \dots \right) \end{aligned}$$

lepiej ogranicza kumulowanie się błędów zaokrągleń? Sporządzić przy pomocy *MatLaba* odpowiednie wykresy funkcji zależnej od ilości składników w każdej z sum.

10. ³Przeanalizować stabilność następujących fragmentów programów napisanych w *MatLabie* wyliczających $f(x) = (e^x - 1)/x$ dla $|x| \ll 1$

<pre> 1 % Algorytm 1 2 if x==0 3 f = 1; 4 else 5 f = (exp(x)-1)/x; 6 end;</pre>	<pre> 1 % Algorytm 2 2 y = exp(x); 3 if y==1 4 f = 1; 5 else 6 f = (y-1)/log(y); 7 end;</pre>
---	---

Przeprowadzić odpowiednie eksperymenty obliczeniowe.

¹ Adres w rubryce uzupełnienia: http://docs.sun.com/source/806-3568/ncg_goldberg.html

² [1, Zad. 13, ss. 55]

³ [1, Zad. 14, ss. 56]

- 11.⁴ Pokazać, wykonując odpowiednie obliczenia przy użyciu *MatLaba*, że wzór Herona obliczania pola powierzchni $S(T)$ trójkąta T o bokach a , b i c

$$S(T) = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad \text{gdzie} \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

zawodzi dla mocno zdeformowanych trójkątów (tzn. dla $a \simeq b+c$).

Literatura

- [1] A. Quarteroni, R. Sacco, and F. Saleri, Numerical mathematics, Springer, 2000.

Wrocław, dnia 16/11/2010

⁴ [1, Zad. 14, ss. 56]