

Lista Nr 06, laboratorium

(wyk. 3,10 XII 10 r.)

1. Jest to przykład z [2, ss. 130]. Dla Macierzy

$$(a) \quad A_1 = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 7 & 4 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (b) \quad A_2 = \begin{bmatrix} -3 & 3 & -6 \\ -4 & 7 & -8 \\ 5 & 7 & -9 \end{bmatrix}$$

$$(c) \quad A_3 = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 2 & -9 & 0 \\ 0 & -8 & -6 \end{bmatrix} \quad (d) \quad A_4 = \begin{bmatrix} 7 & 6 & 9 \\ 4 & 5 & -4 \\ -7 & -3 & 8 \end{bmatrix}$$

rozważamy równania postaci $A_i x = b_i$ o prawych stronach określonych w ten sposób aby wektor jednostkowy był rozwiązaniem układu. Wykazać (ewentualnie wykonując odpowiednie obliczenia), że w przypadku równania z macierzą A_1 metoda Jacobiego nie jest zbieżna ($\rho(T_J) = 1.33$), ale Gaussa–Siedla jest. Przeciwnie, dla macierzy A_2 metoda Jacobiego jest zbieżna, podczas gdy Gaussa–Siedla nie jest ($\rho(T_{GS}) = 1.1$). W dwóch pozostałych przypadkach mamy dla macierzy A_3 – Jacobi jest wolniej zbieżny ($\rho(T_J) = 0.44$) niż Gauss–Siedel ($\rho(T_{GS}) = 0.018$). A dla macierzy A_4 odwrotnie – Jacobi jest szybszy ($\rho(T_J) = 0.64$) niż Gauss–Siedel ($\rho(T_{GS}) = 0.77$). Poszczególne przypadki poprzec wykresami obrazującymi zbieżność ciągu iteracji do dokładnego rozwiązania.

2. [1, ss. 365] Stosując metody Jacobiego i Gaussa–Seidela – iteracyjnego rozwiązywania liniowych układów równań, wyznaczyć rozwiązania¹:

$$(a) \quad \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 4 \end{cases}$$

$$(b) \quad \begin{cases} 10x_1 - x_2 = 9 \\ -x_1 + 10x_2 - 2x_3 = 7 \\ -2x_2 + 10x_3 = 6 \end{cases}$$

Otrzymane wyniki porównać z dokładnymi rozwiązaniami.

Literatura

- [1] R.L. Burden and Faires, Numerical methods, 3, Brooks-Cole, Florence, 2003,
Dostępna na stronie WWW autorów, 7.XII.03r.
 [2] A. Quarteroni, R. Sacco, and F. Saleri, Numerical mathematics, Springer, 2000.

Wrocław, dnia 13/12/2010

¹ K.T Wystartować z $x^{(0)} = [0, \dots, 0]^T$.