

Lista Nr 02, ćwiczenia

(wyk. 12.XI.09r)

1. Udowodnić „Chińskie twierdzenie o resztach”.^{1 2} Dla dowolnych liczb całkowitych $r_1, r_2, \dots, r_n$ i naturalnych $q_1, q_2, \dots, q_n$ (0 nie jest u nas liczbą naturalną) istnieje takie r , że

$$\begin{array}{l} q_1 | r - r_1 \\ q_2 | r - r_2 \\ \dots \\ q_n | r - r_n \end{array}$$

o ile dla dowolnych $1 \leq i < j \leq n$ zachodzi podzielność $\text{NWD}(q_i, q_j) | r_i - r_j$. Ten ostatni warunek jest spełniony na przykład wtedy, gdy liczby $q_1, q_2, \dots, q_n$ są parami względnie pierwsze, gdyż wówczas $\text{NWD}(q_i, q_j) = 1$ dla $i \neq j$.

2. Dowieść, że istnieje 2006 kolejnych liczb naturalnych, z których każda jest podzielna przez kwadrat liczby naturalnej.
3. Podobnie dowieść, że istnieje 2006 kolejnych liczb naturalnych, z których każda ma co najmniej 2006 dzielników pierwszych.
4. Wyjaśnić zasadę zapisu *pozycyjnego liczb*.³ Jakie znaczenie ma *system resztowy* zapisu liczb w informatyce.

Wrocław, dnia 19/11/2009

¹ Z materiałów J. Wróblewskiego:

http://www.im.pwr.wroc.pl/~sztonyk/WSM/20060329_streszczenie_wykladu.pdf

² Proponuję zacząć od dowodu na stronie WWW:

<http://www.chinapage.com/math/crt.html>

³ Przeprowadzić krytyczną analizę stron WWW:

http://pl.wikipedia.org/wiki/Systemy_pozycyjne

oraz

http://pl.wikipedia.org/wiki/System_resztowy