

Zadania na zaliczenie przedmioty *Estymacja parametrów* (No. 2)

ZADANIA OBOWIĄZKOWE

Zadanie 1. Wygeneruj n obserwacji z rozkładu dwumianowego $b(5; , p)$.

(a) $n = 50, \quad p = 0.1,$

(b) $n = 50, \quad p = 0.3,$

(c) $n = 50, \quad p = 0.5,$

(d) $n = 50, \quad p = 0.7,$

(e) $n = 50, \quad p = 0.9.$

Na tej podstawie wyznacz wartość estymatora największej wiarygodności wielkości $P(X \geq 3)$, gdzie X ma rozkład $b(5, p)$. Doświadczenie powtórz 10 000 razy. Oszacuj wariancję, błąd średniokwadratowy oraz obciążenie analizowanego estymatora. Przedyskutuj uzyskane wyniki w zależności od wyboru parametru p .

Zadanie 2. Podaj postać przedział ufności dla średniej w modelu normalnym o nieznannej wariancji.

Zadanie 3. Wygeneruj n obserwacji z rozkładu

(a) normalnego ze średnią μ i odchyleniem standardowym σ

(a) $n = 50, \quad \mu = 0, \quad \sigma = 1,$

(b) $n = 50, \quad \mu = 0, \quad \sigma = 2,$

(c) $n = 50, \quad \theta = 0, \quad \sigma = 3.$

(b) logistycznego z parametrem przesunięcia μ i skali σ

(a) $n = 50, \quad \mu = 0, \quad \sigma = 1,$

(b) $n = 50, \quad \mu = 0, \quad \sigma = 2,$

(c) $n = 50, \quad \theta = 0, \quad \sigma = 3.$

(c) wykładniczego z parametrem λ

(a) $n = 50, \quad \lambda = 1,$

(b) $n = 50, \quad \lambda = 1/2,$

(c) $n = 50, \quad \lambda = 1/3.$

Na tej podstawie wyznacz przedział ufności dla średniej. Doświadczenie powtórz 10 000 razy. Oszacuj prawdopodobieństwo pokrycia nieznannej średniej przez przedział ufności z zadania 2. Przedyskutuj uzyskane wyniki.

Zadanie 4. Podaj postać przedziału ufności dla wariancji w modelu normalnym o nieznannej średniej.

Zadanie 5. Powtórz eksperyment numeryczny z zadania 3. Na jego podstawie oszacuj prawdopodobieństwo pokrycia nieznannej wariancji przez przedział ufności z zadania 4. Przedyskutuj uzyskane rezultaty.

ZADANIA DODATKOWE

Zadanie 6. Wygeneruj n obserwacji z rozkładu Poissona z parametrem λ .

(a) $n = 50, \quad \lambda = 0.5,$

(b) $n = 50, \quad \lambda = 1,$

(c) $n = 50, \quad \lambda = 2,$

(e) $n = 50, \quad \lambda = 5.$

Na tej podstawie wyznacz wartość estymatora największej wiarygodności wielkości $P(X = x)$, $x = 0; 1; \dots; 10$, gdzie X ma rozkład Poissona z parametrem λ . Doświadczenie powtórz 10 000 razy. Oszacuj wariancję, błąd średniokwadratowy oraz obciążenie analizowanego estymatora. Przedyskutuj uzyskane wyniki w zależności od wyboru parametru λ .

Zadanie 7. Wygeneruj n obserwacji z rozkładu Laplace'a z parametrem przesunięcia θ i skali σ .

(a) $n = 50, \quad \theta = 1, \quad \sigma = 1,$

(b) $n = 50, \quad \theta = 4, \quad \sigma = 1,$

(c) $n = 50, \quad \theta = 1, \quad \sigma = 2.$

Na tej podstawie oblicz wartość estymatora parametru θ postaci

(i) $\hat{\theta}_1 = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

(ii) $\hat{\theta}_2 = Me\{X_1, \dots, X_n\},$

(iii) $\hat{\theta}_3 = \sum_{i=1}^n w_i X_i,$ where $\sum_{i=1}^n w_i = 1, \quad 0 \leq w_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, n,$ with your own choice of weights.

(iv) $\hat{\theta}_4 = \sum_{i=1}^n w_i X_{i:n},$ where $X_{1:n} \leq \dots \leq X_{n:n}$ are ordered observations $X_1, \dots, X_n,$

$$w_i = \varphi\left(\Phi^{-1}\left(\frac{i-1}{n}\right)\right) - \varphi\left(\Phi^{-1}\left(\frac{i}{n}\right)\right),$$

where φ is the density of the the standard normal distribution $N(0, 1)$ and Φ is the cumulative distribution function.

Doświadczenie powtórz 10 000 razy. Na tej podstawie oszacuj wariancję, błąd średniokwadratowy oraz obciążenie każdego z estymatorów. Przedyskutuj uzyskane wyniki. Który estymator jest optymalny i dlaczego? Skonfrontuj aktualne wyniki z tymi uzyskanymi w zadaniu 1 z listy 1.

Krzysztof Topolski