

**Zadania i problemy do wykładu Matematyka dla specjalności GiBE**  
(ZESTAW NR 2A)

---

---

ZADANIA

---

---

**Zadanie 1.** Oblicz:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x - 1} - x),$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x + 5}{x^2 - 25}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1},$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 4} - 2}{x}.$

**Zadanie 2.** Stwierdź, czy istnieją takie stałe  $a$  i  $b$ , żeby funkcja dana wzorem:

(a)  $f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & x < 0, \\ 4x + a & x \geq 0. \end{cases}$

(b)  $f(x) = \begin{cases} -2x + 5 & x > -5, \\ ax + 2 & x \leq -5. \end{cases}$

(c)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x < -3, \\ ax + b & -3 \leq x \leq 0, \\ 3x^3 + 3 & x \geq 0. \end{cases}$

(d)  $f(x) = \begin{cases} 2^x & x < 0, \\ ax + b, & 0 \leq x \leq 4, \\ \sqrt{x - 3}, & x > 4. \end{cases}$

była ciągła dla wszystkich  $x \in \mathbf{R}$ . Jeśli tak, to podaj wartości  $a$  i  $b$ , przy których funkcja będzie ciągła.

**Zadanie 3.** Zakładając, że temperatura zmienia się w sposób ciągły wraz położeniem wykaż, że istnieje taki punkt  $P$  na powierzchni Ziemi, że temperatura w tym punkcie równa się temperaturze w punkcie antypodycznym do  $P$  (czyli położonym dokładnie z drugiej strony Ziemi).

**Zadanie 4.** Korzystając z indukcji matematycznej pokaż, że

(a) dla każdej liczby naturalnej  $n$ ,

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

(b) dla każdej liczby naturalnej  $n$  oraz  $q \neq 1$ ,

$$1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

(c) dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 2$  oraz liczby rzeczywistej  $x > -1, \quad x \neq 0$ ,

$$(1 + x)^n > 1 + nx.$$

**Zadanie 5.** Napisz równanie prostej, w postaci ogólnej i w postaci kierunkowej, przechodzącej przez punkty  $A(x_1, y_1)$  i  $B(x_2, y_2)$ .