

Zadania i problemy do wykładu Matematyka dla specjalności GiBE
(ZESTAW NR 3)

ZADANIA

Zadanie 1. Oblicz pochodne następujących funkcji:

(a) $f(x) = x^3 + 2x^2$	(b) $f(x) = \operatorname{tg}(x)$	(c) $\ln(x \cos^3(x))$
(d) $f(x) = 3\sqrt[6]{x} - x\sqrt{x}$	(e) $f(x) = \sin(x^2)$	(f) $\exp(ax) \sin(kx), a, k \neq 0$
(g) $f(x) = x \ln(x)$	(h) $f(x) = \sqrt{x^3 + x}$	(i) $x^2 \ln(x)$
(j) $\frac{\sin(x) - \cos(x)}{\sin(x)}$	(k) $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$	(l) $\frac{x \exp(x^2)}{\ln(x^2)}$

Zadanie 2. Wyznacz $f''(x)$ jeśli funkcja $f(x)$ jest zadana jako:

(a) $3x^2 + 5x$	(b) $x \ln(x) - x^2$	(c) $x \exp(x)$
(d) $x\sqrt{x} - x^3$	(e) $\ln(x^2 + 1)$	(f) $\exp(-x^2)$

Zadanie 3. Wyznacz wzór prostej stycznej do funkcji $f(x)$ w punkcie x_0 , jeśli:

(a) $f(x) \ln(1+x), \quad x_0 = 0,$
(d) $f(x) = \exp(-x^2), \quad x_0 = 0,$
(a) $f(x) = \exp(1-x) \ln(x), \quad x_0 = 2,$
(a) $f(x) = \sin(x^2), \quad x_0 = \sqrt{\pi},$
(a) $f(x) = (1+x) \ln(x+1), \quad x_0 = 2,$
(a) $f(x) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right), \quad x_0 = 1,$
(a) $f(x) = \sin(x), \quad x_0 = \frac{\pi}{4}.$

Zadanie 4. Znajdź ekstrema lokalne funkcji $f(x) = x \exp(-\frac{x^2}{2})$.

Zadanie 5. Znajdź największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = 3x^2 - 6x$, w przedziale $[\frac{1}{2}, 4]$.

Zadanie 6. Dwa miasta leżą po dwóch stronach szerokiej na kilometr prostoliniowej rzeki. Odległość jednego z nich od rzeki wynosi 4 km natomiast odległość drugiego wynosi 8 km. Odległość wzdłuż rzeki między miastami wynosi 9 km. Rozpisano konkurs na połączenie drogowe pomiędzy tymi miastami. Jednym z kryteriów konkursu było spełnienie następujących warunków:

- droga łącząca oba miasta ma być najkrótsza,
- most drogowy stanowiący element połączenia ma być zbudowany prostopadle do brzegów rzeki.

Zaprojektuj połączenie drogowe spełniające podane warunki konkursowe.