

## Zadania i problemy do wykładu *Estymacja parametrów*

(ZESTAW NR 1)

---

---

### ZADANIA

---

---

**Zadanie 1.** Rozpatrzmy zmienną losową  $X$  o rozkładzie wykładniczym z parametrem  $\lambda$ .

1. Oblicz drugi moment zmiennej losowej  $X$ .
2. Oblicz wariancję zmiennej losowej  $X$ .
3. Wyznacz wartość prawdopodobieństwa  $P(X > 10)$ .
4. Wyznacz wartość prawdopodobieństwa warunkowego  $P(X < t + h | X > t)$ , dla  $t, h > 0$ .

**Zadanie 2.** Jeśli zmienna losowa  $X$  ma rozkład normalny z wartością oczekiwaną  $\mu$  oraz wariancją  $\sigma^2$ , to zmienna losowa  $Y = \exp(X)$  ma rozkład logarytmiczno-normalny z parametrami  $\mu$  i  $\sigma^2$ . Oblicz wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej losowej  $Y$ .

**Zadanie 3.** Pokaż, że dla zmiennych losowych  $X$  i  $Y$  oraz stałych  $a, b, c$  i  $d$ , prawdziwe są następujące równości:

1.  $Var(X) = EX^2 - (EX)^2$ ,
2.  $Var(aX + b) = a Var(X)$ ,
3.  $Cov(X, X) = Var(X)$ ,
4.  $Cov(aX + b, cY + d) = ac Cov(X, Y)$ .

**Zadanie 4.** Wyznacz wartość oczekiwaną oraz wariancję dla zmiennej losowej  $X$  o rozkładzie,

1. jednostajnym na odcinku  $[0, 1]$ ,
2. jednostajnym na odcinku  $[a, b]$ ,
3. Poissona z parametrem  $\lambda$ .

**Zadanie 5.** Wiadomo, że pomiar  $d$ , średnicy koła ma rozkład normalny  $N(\mu, \sigma^2)$ . Jaki rozkład ma pole koła obliczone na podstawie tak dokonanego wyznaczonej pomiaru średnicy?

**Zadanie 6.** Wyznacz gęstość rozkładu zmiennej losowej:

1.  $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ , jeśli  $X$  ma rozkład normalny  $N(\mu, \sigma^2)$ ,
2.  $Y = aX + b$ , jeśli  $X$  ma rozkład normalny  $N(\mu, \sigma^2)$ ,
3.  $W = \cos(\pi U)$ , jeśli  $U$  ma rozkład jednostajny na odcinku  $[0, 1]$ .

**Uwaga.** Skorzystaj z twierdzenia podanego na wykładzie.