

## Zadania i problemy do wykładu *Estymacja parametrów* (ZESTAW NR 7)

---

---

### ZADANIA

---

---

**Zadanie 1.** Zmierzono czas życia, czyli czas działania, próby losowej 16 żarówek o ustalonej mocy. Średni czas życia w próbie wyniósł 3000 godzin, natomiast odchylenie standardowe 20 godzin. Przy założeniu, że czas żarówki jest zmienną losową o rozkładzie normalnym, podać przedział ufności dla wartości średniej tego rozkładu na poziomie ufności 0,9.

**Zadanie 2.** Masz do dyspozycji dane, które można uznać za obserwacje rozkładu normalnego. Rozmiar próby jest równy 34, średnia próbkowa 3,54 a odchylenie standardowe z próby 0,13. Wyznacz 98% przedział ufności dla wartości średniej  $\mu$ .

**Zadanie 3.** Inwestor chce oszacować ryzyko pewnego przedsięwzięcia, które przynosi losowy zysk o rozkładzie normalnym. Ryzyko jest mierzone odchyleniem standardowym zysku. Po obliczeniu średniej i wariancji z próby prostej złożonej z  $n = 17$  zysków z przeszłości, otrzymano następujące wyniki:  $\bar{X}_{17} = 1500$  [zł],  $S_{17}^2 = 64516$  [zł<sup>2</sup>]. Podać przedział ufności na poziomie ufności 0,99 dla (a) oczekiwanego zysku; (b) ryzyka.

**Zadanie 4.** W celu oszacowania wytrzymałości na ściskanie pewnego betonu dokonano  $n = 80$  niezależnych pomiarów wytrzymałości tego betonu, otrzymując następujące wyniki (w  $10^5$  N/m<sup>2</sup>):

Wytrzymałość	190-194	194-198	198-202	202-206	206-210	210-214
Liczba pomiarów	6	12	26	20	11	5

Przyjmując, że wytrzymałość betonu ma rozkład normalny wyznaczyć dla średniej przedział ufności na poziomie ufności 0,99.

**Zadanie 5.** Niech  $X_1, \dots, X_n$  będzie próbą prostą z rozkładu normalnego  $N(\theta, 1)$ , 95% przedział ufności dla  $\theta$  jest równy  $\bar{x} \pm 1,96/\sqrt{(n)}$ . Niech  $p$  oznacza prawdopodobieństwo tego, że dodatkowa niezależna obserwacja,  $X_{n+1}$ , wpadnie do tego przedziału. Czy  $p$  jest większe, mniejsze czy równe 0,95? Uzasadnij swoją odpowiedź.

**Zadanie 6.** Niech  $X_1, \dots, X_n$  będzie próbą losową z rozkładu normalnego  $N(\mu, \sigma^2)$ . Porównaj wartości oczekiwane długości  $(1 - \alpha)$  przedziałów ufności dla wartości oczekiwanej  $\mu$  skonstruowanych przy założeniu, że:

- (i) wartość  $\sigma^2$ , jest znana.
- (ii) wartość  $\sigma^2$ , jest nieznaną.

---

---

### PROBLEMY

---

---

**Problem 1.** Wygenerować próbę losową ze standardowego rozkładu normalnego o liczebności 20. Skonstruować przedział ufności dla wartości średniej tego rozkładu na poziomie ufności 0,95 i 0,99. Zastąpić dowolny z elementów próby wartością odstającą równą 3,1 i dla próby z rzekomym błędem zapisu skonstruować takie przedziały jak wcześniej. Porównać odpowiednie przedziały z obu eksperymentów. Powtórzyć całe ćwiczenie 10 razy, ewentualnie zmieniając liczebność próby, wartości odstające itp.