

Zadania i problemy do wykładu *Statystyka A*

(ZESTAW NR 7)

Zadanie 1. Producent komputerów „MARKOWYCH” twierdzi, iż średni czas bezawaryjnego działania produkowanych przez niego urządzeń jest dłuższy niż komputerów marki „NO NAME”. Czy ma on rację, jeśli na podstawie losowych prób uzyskano następujące wyniki: „MARKOWA”: $n_1 = 200$, $\bar{x}_1 = 20$ miesięcy, $s_1 = 5$ miesięcy, podczas gdy „NO NAME”: $n_2 = 250$, $\bar{x}_2 = 18$ miesięcy, $s_2 = 3$ miesiące, Przyjmij poziom istotności 0,01.

Zadanie 2. Zgodnie z dyrektywą Komisji Europejskiej długość ogona cebuli w krajach członkowskich musi być mniejsza niż 4 cm. Komisarz Europejski 007 zbadał losowo wybranych 26 cebul w pewnym kraju kandydującym do UE, stwierdzając, że ich ogony miały średnią długość 3,8 cm przy wariancji 0,295 cm², zaś rozkład długości jest normalny.

- Czy na tej podstawie można stwierdzić, z ryzykiem błędu I rodzaju 0,025, że cebule w tym kraju spełniają przeciętne normy europejskie?
- Czy na tej podstawie można stwierdzić, z ryzykiem błędu I rodzaju 0,025, że cebule w tym kraju spełniają przeciętne normy europejskie? Z jakim minimalnym prawdopodobieństwem błędu I rodzaju można tak twierdzić?
- Proszę sprawdzić odpowiednią hipotezę przyjmując, że próba liczyła 100 cebul.

Zadanie 3. W celu weryfikacji hipotezy o wartości oczekiwanej w populacji generalnej o rozkładzie normalnym wylosowano próbę i odrzucono hipotezę zerową na rzecz dwustronnej hipotezy alternatywnej przy poziomie istotności równym dokładnie 0,02. Różnica pomiędzy empiryczną i hipotetyczną średnią wyniosła 2. Wiadomo, że odchylenie standardowe zmiennej w populacji generalnej wynosi 4,30. Ile wynosiła liczebność próby?

Zadanie 4. Dla poziomu istotności 0,05 sprawdzić, czy prawdziwe jest stwierdzenie, iż średnie zarobki pracowników światowego koncernu „ABIBAS” różnią się od średnich zarobków pracowników światowego koncernu „NIKAS”. Przy czym dla 100 losowo wybranych pracowników pierwszego koncernu otrzymano średnią zarobków na poziomie 1550, zaś dla 200 losowo wybranych pracowników koncernu drugiego otrzymano średnią zarobków na poziomie 1500. Wiadomo ponadto, że rozkład zarobków pracowników obu koncernów jest rozkładem normalnym z odchyleniem standardowym równym odpowiednio 100 dla „ABIBASA” i 200 dla „NIKASA”. Dla jakich poziomów istotności decyzja byłaby przeciwna?

Zadanie 5. W 20 laboratoriach przeprowadza się eksperymenty w celu sprawdzenia hipotezy, że neutrino mogą poruszać się z prędkością większą niż prędkość światła. We wszystkich laboratoriach sprawdza się ją na tym samym poziomie istotności $\alpha = 0,05$. Znajdź prawdopodobieństwo, że co najmniej w dwóch zostanie ona odrzucona, choć w istocie jest prawdziwa.

Zadanie 6. Wiadomo, że rozkłady zatrudnionych według płac w przedsiębiorstwach A i B są normalne z jednakowymi odchyleniami standardowymi. Pobrano losowe próby 25 pracowników z przedsiębiorstwa A i 26 pracowników z przedsiębiorstwa B i wyznaczono statystyki z próby: średnia płaca brutto w próbie pracowników przedsiębiorstwa A wyniosła 1,55 tys. zł. a w przedsiębiorstwie B 1,64 tys. zł.; odchylenia standardowe (nieobciążone) odpowiednio 0,4 tys. zł i 0,5 tys. zł. Sprawdź hipotezę o identyczności przeciętnych płac pracowników obu populacji przy poziomie istotności 0,01 i dwustronnie sformułowanej hipotezie alternatywnej.

Zadanie 7. Cena pewnego wyrobu jest różna w zależności od punktu sprzedaży. Przyjęto, że cena w wylosowanym punkcie sprzedaży jest zmienną losową o rozkładzie w przybliżeniu normalnym. Po obliczeniu średniej i wariancji z 15 wylosowanych punktów sprzedaży otrzymano następujące wyniki: $\bar{X} = 2,5$ oraz $S^2 = 1,8$. Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ zweryfikuj hipotezę, że wahanie ceny mierzone wariancją są równe 1 przeciwko hipotezie, że są większe od 1.

Zadanie 8. W celu sprawdzenia, czy po dokonaniu usprawnienia w silniku samochodowym zmalało zużycie paliwa, przeprowadzono jazdy próbne. Wyniki pomiarów, w [l/100 km], przedstawione są w następującej tabeli.

Przed usprawnieniem:	5,7	6,5	6,1	5,5	5,0	6,1	6,2	5,9
Receptura B	4,9	5,0	4,7	5,0	5,0	4,0	-	-

Zakładamy, że zużycia paliwa są niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładach normalnych o równych wariancjach. Na poziomie istotności $\alpha = 0,1$ zweryfikuj hipotezę o jednakowym średnim zużyciu paliwa przed i po zmianie, przeciwko hipotezie mówiącej o mniejszym zużyciu paliwa po przeróbkach.

Zadanie 9. Przetestuj równość wariancji średniego zużycia paliwa przed i po usprawnieniu dla danych z zadania 8.

Zadanie 10. W partii towaru, która przypuszczalnie zawiera 10% braków, znaleziono 71 braków w próbce złożonej z 500 elementów. Sprawdź na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ hipotezę orzekającą, że w partii jest 10% braków.

Zadanie 11. Podrzucano monetę 3 razy. Należy przetestować hipotezę

$$H_0 : p = 1/2,$$

przy hipotezie alternatywnej

$$H_1 : p = 2/3,$$

gdzie p oznacza prawdopodobieństwo wypadnięcia orła.

Procedura testowa polega na odrzuceniu hipotezy zerowej, gdy wypadły dwa lub więcej orłów. Proszę wykazać, że moc tego testu wynosi 20/27.

Zadanie 12. Czy można uznać, iż odsetek osób czytających książki w Polsce w 2002 roku był niższy niż 60%, jeśli na podstawie badań przeprowadzonych przez Instytut Książki i Czytelnictwa Biblioteki Narodowej wiadomo, że czytanie książek zadeklarowało 58% spośród 1000 badanych? Przyjmij poziom istotności 0,05.

Krzysztof Topolski