

Zbiory, Diagramy Venna

Zadanie 1. Dla $P = \{1, 3, 4\}$, $Q = \{2, 4, 6\}$, $R = \{3, 4, 5, 6\}$ znaleźć: $P \cup (Q \cap R)$ i $P \cap (Q \cup R)$.

Zadanie 2. Wyznacz zbiory A' , B' , $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, jeśli $A = \{x \in \mathbb{R} : |x| \leq 25\}$ a $B = \{x \in \mathbb{R} : |x - 2| > 3\}$.

Zadanie 3. Zamiast ? wstaw odpowiedni znak (znaki) ($'$, $\cup$, $\cap$, $\setminus$), tak, by zachodziła równość zbiorów

- a) $\{b, a, s, w\} ? \{p, q, w, r\} = \{w\}$;
- b) $\{a, p, q, b, r, s\} ? \{p, q, r\} = \{p, q, r\}$;
- c) $\{p, q, s, t\} ? \{p, q, r\} = \{s, t\}$;
- d) $\{p, q, r, s, t\} ? \{p, q, r\} = \emptyset$.

Zadanie 4. Niech $A \subset U$ i $B \subset U$. Załóżmy, że zbiór $A \setminus B$ ma 35 elementów, zbiór $B \setminus A$ ma 20 elementów, $A \cap B$ ma 5 elementów, oraz $U \setminus (A \cup B)$ ma 40 elementów. Rysując odpowiedni diagram Venna odpowiedz ile elementów mają następujące zbiory:

$A, B, U, A', B', A \cup B, A' \cap B, A \cap B', (A \cup B)', A' \cap B', U'$.

Zadanie 5. Rysując odpowiedni diagram Venna odpowiedz na pytania:

- a) Czy z warunku $A \cup B = B$ wynika, że $A \subset B$?
- b) Czy z warunku $A \cap B = B$ wynika, że $B \subset A$?
- c) Czy dla dowolnych zbiorów A, B zawsze zachodzi $A \cap B \subset B$?
- d) Czy jeżeli $A \cap B = \emptyset$, to zawsze $B = \emptyset$?
- e) Czy jeżeli $A \subset B$ oraz $x \in B$, to możemy wnioskować, że $x \in A$?
- f) Czym różnią się od siebie zbiory $\emptyset, \{\emptyset\}, \{0\}$?

Zadanie 6. Podczas transfuzji krwi biorca musi mieć wszystkie antygeny dawcy. Każdy może mieć 1 lub więcej z trzech antygenów A, B, Rh, lub może nie mieć ich wcale. Osiem możliwych grup krwi zaznaczono na poniższym Diagramie Venna, gdzie U oznacza zbiór wszystkich rozważanych ludzi:



Na rysunku: A- oznacza osoby z antygenami A i bez antygenów B i Rh; O+ oznacza osoby z Rh i bez A i B; AB oznacza osoby z antygenami A, B i bez antygeny Rh; itd.

Odpowiedz jakie grupy krwi mają osoby w zbiorach:

$A \cap Rh$, $A \cap B$, $A \cup Rh$, $A \cup B$, $(A \cup B)'$, $(A \cup B \cup Rh)'$,
 $A \cup B$, $(A \cup B)'$, $(A \cup B \cup Rh)'$, $A' \cap B$, $Rh' \cap A$.

Procenty

Zadanie 7. Pierwsze oszacowanie wartości liczby π pochodzi od Archimedesesa i wygląda następująco

$$\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}.$$

Jaki maksymalny błąd w wyznaczaniu wartości π może zostać popełniony przy użyciu powyższego oszacowania? Wiedząc, że $\pi = 3,141592653589\dots$ oblicz z dokładnością do którego miejsca po przecinku oszacowania podane przez Archimedesesa zgadzają się z rzeczywistą wartością liczby π .

Zadanie 8. O ile procent wzrośnie pole koła, jeżeli jego obwód zwiększymy o $p\%$?

Zadanie 9. Zmieszano a litrów piwa zawierającego p % alkoholu i b litrów piwa zawierającego q % alkoholu. Ile procent alkoholu zawiera mieszanina?

Zadanie 10. Ile wynosi 4 % odwrotności różnicy kwadratów liczb 25 i 15?

Zadanie 11. W trakcie promocji w Media Markt płyty CD i DVD sprzedawane są bez podatku VAT wynoszącego 22%. Oblicz, o ile procent są tańsze płyty podczas promocji.

Funkcja i jej wykres

Zadanie 12. Narysuj, na tym samym układzie współrzędnych, wykresy funkcji $y = mx - 2$ dla $m \in \{2, \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, -2\}$.

Zadanie 13. Napisz równanie prostej przechodzącej przez podane dwa punkty:

$(1,3)$ i $(7,5)$; $(2,3)$ i $(-5,3)$, $(2,7)$ i $(2, -3)$.

Zadanie 14. W pewnym eksperymencie biolog chce przygotować specjalną dietę dla zwierząt eksperymentalnych. Są możliwe dwa rodzaje pożywienia: A i B. Mieszanka A zawiera 20% białka, a mieszanka B zawiera 10%. Jaka mieszanka tych dwóch składników zapewni 20 gramów białka. Niech x oznacza ilość składnika A, a y oznacza ilość B. Napisz równanie wiążące x, y i 20. Narysuj odpowiedni wykres.

Zadanie 15. Francuski lekarz Poiseuille odkrył, że prędkość przepływu krwi w tętnicach jest większa w środku tętnicy niż przy jej ścianie. Dalsze eksperymenty wykazały, że prędkość v (liczona w centymetrach na sekundę) w punkcie x centymetrów od środka tętnicy wyraża się wzorem

$$v = f(x) = 1000 * (0,04 - x^2), \quad 0 \leq x \leq 0,2.$$

Narysuj wykres tej funkcji.

Zadanie 16. Rozważamy zanieczyszczenie powietrza w dużym mieście w słoneczny dzień. O 8:00 rano wynosi ono 20 cząsteczek zanieczyszczenia na milion cząsteczek powietrza, a następnie przyrasta liniowo o 15 cząsteczek na milion co godzinę aż do 15:00. Niech $P(x)$ oznacza ilość zanieczyszczenia powietrza w godzinie x po 8:00.

a) Podaj wzór na $P(x)$.

b) Jakie jest zanieczyszczenie o 13:00?

c) Jaka jest prędkość wzrostu zanieczyszczenia powietrza?

Funkcja wykładnicza i logarytmiczna

Zadanie 17. Pewna kultura bakterii podwaja swoją liczebność co pół godziny. Napisz równania na ilość bakterii N w kulturze jako funkcję czasu t zakładając, że na początku było 1000 bakterii. Narysuj wykres.

Zadanie 18. Użycie środka DDT jest zabronione obecnie w wielu krajach z powodu długoterminowego szkodliwego wpływu na środowisko naturalne. Okres połowicznego rozkładu DDT wynosi 12 lat. Farmer w U.S.A. rozsypał na swoim polu 20 kg tego środka w 1972 roku. Ile DDT jest jeszcze aktywne? Kiedy ilość aktywnego DDT na polu będzie wynosiła mniej niż 10 gramów?

Zadanie 19. Wprowadzona chora komórka do organizmu zdrowej myszy podwaja się po $\frac{1}{2}$ dnia. Pod koniec dnia te dwie komórki dzielą się na cztery. To podwajanie trwa aż do momentu gdy liczba chorych komórek przekroczy jeden miliard, gdyż wtedy mysz umiera.

a) Napisz równanie na liczbę zakażonych komórek po t dniach.

b) Ile dni żyje mysz od momentu zakażenia?

Zadanie 20. W wielu krajach prędkość przyrostu naturalnego wynosi 3% rocznie. Po ilu latach ludność w takim kraju podwoi się? Użyj model składany wzrostu $P = P_0(1 + r)^t$.

Zadanie 21. Powtórz poprzednie zadanie używając ciągłego modelu wzrostu $P = P_0 e^{rt}$.

Zadanie 22. Pod koniec 1987 roku było w przybliżeniu 45 000 chorych na AIDS w całej populacji U.S.A. Oszacowano, że liczba ta zwiększa się o 38% składane w sposób ciągły. Zakładając, że prędkość ta nie zmienia się, odpowiedz ilu chorych było w 1992. Ilu będzie w roku 2010?