

Pochodna funkcji**Zadanie 36.** Oblicz pochodne następujących funkcji:

$$\frac{6\sqrt{x}}{x^2 - 3}, \quad \frac{x^3 - 2x^2}{\sqrt{x^5}}, \quad \frac{x^3 - 3x + 4}{2x^2 + 3x - 2}.$$

Zadanie 37. Wyznacz punkty krytyczne funkcji

$$x^2(x - 5)^3, \quad \frac{x}{(2x + 5)^2}.$$

Zadanie 38. Oblicz pochodne następujących funkcji używając wzoru na pochodną funkcji złożonej:

$$3x(x^2 + 1)^3, \quad \frac{(x^3 - 7)^4}{2x^3}, \quad \frac{3x^2}{(x^2 + 5)^3}, \quad 3x\sqrt{2x^2 + 3}.$$

Zadanie 39. Ilość bakterii y w pewnej kolonii po czasie x zadana jest przybliżoną formułą

$$y = (3 \times 10^6) \left(1 - \frac{1}{(x^2 - 1)^{2/3}} \right).$$

Oblicz dy/dx .**Zadanie 40.** Pewne jezioro jest zanieczyszczone bakteriologicznie. Po zastosowaniu pewnych środków odkażających zaobserwowano, że koncentracja bakterii w wodzie (mierzona liczbą bakterii w 1 cm^3) po czasie t wynosi

$$C(t) = 500(8 - t)^2.$$

Oblicz $C'(t)$, $C'(1)$, $C'(6)$ i odpowiednio zinterpretuj.**Zadanie 41.** Wyznacz przedziały malenia i wzrostu oraz lokalne ekstrema dla następujących funkcji:

$$\frac{x-1}{x+2}, \quad x + \frac{4}{x}, \quad \frac{x^2}{x-2}, \quad x^4(x-6)^2, \quad 2\sqrt{x} - x \quad (x > 0).$$

Zadanie 42. Po zastosowaniu zastrzyku domięśniowego, stężenie lekarstwa w krwioobiegu pacjenta po czasie t opisane jest wzorem

$$C(t) = \frac{0,16t}{t^2 + 4t + 4} \quad 0 < t < 12.$$

Znajdź wartości krytyczne $C(t)$ oraz przedziały gdzie stężenie rośnie i gdzie maleje.

Druga pochodna funkcji

Zadanie 43. Znajdź lokalne minima i maksima oraz punkty przegięcia następujących funkcji:

$$x^3 - 6x^2 + 16, \quad (2 - x)^3 + 1, \quad x^3 - 12x, \quad \frac{1}{x^2 + 12}, \quad \frac{x}{x^2 + 12}, \quad \frac{x^2}{x^2 + 12}.$$

Zadanie 44. Do kolonii bakterii wprowadzono pożywkę stymulującą ich rozmnażanie. Ilość bakterii w czasie t zadana jest wzorem

$$N(t) = 1000 + 30t^2 - t^3, \quad 0 \leq t \leq 20.$$

- Kiedy prędkość wzrostu populacji $N'(t)$ rośnie, a kiedy maleje?
- Znajdź punkty krytyczne N i określ ich rodzaj.
- Naszkicuj wykresy N i N' w tym samym układzie współrzędnych.
- Kiedy prędkość wzrostu populacji jest największa?

Zadanie 45. Pacjentowi podano x miligramów lekarstwa. Po godzinie temperatura ciała pacjenta (mierzona w stopniach Fahrenheita) wynosiła

$$T(x) = x^2 \left(1 - \frac{x}{9}\right) \text{ stopni.}$$

Dla jakiego zakresu x , ta funkcja rzeczywiście opisuje temperaturę ciała pacjenta?

- Znaleźć analogiczny wzór na temperaturę $C(x)$ mierzona w stopniach Celsjusza.
- Kiedy $C'(x)$ rośnie, a kiedy maleje?
- Znaleźć punkty krytyczne $C(x)$.
- Kiedy C' jest największa?

Wsk.: Wzór na przeliczanie stopni Fahrenheita na stopnie Celsjusza: $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32^\circ F)^\circ C$

Globalne minima i maksima

Zadanie 46. Znajdź globalne minimum i maksimum podanych funkcji w odcinkach:

- $f(x) = (x - 1)(x - 5)^3 + 1$, $[0, 3]$, $[1, 7]$, $[3, 6]$.
- $f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$, $[-1, 3]$, $[0, 2]$, $[-3, 4]$.

Zadanie 47. Pewna firma wynajmuje wszystkie swoje 200 samochodów w cenie 120 zł. za każdy. Wzrost ceny wynajmu o każde 5 zł powoduje, że średnio mniej o 8 samochodów jest wynajęte. Jaka powinna być cena wynajmu samochodów aby osiągnąć maksymalny zysk? Jaki to zysk?

Zadanie 48. Pewien hotel w Las Vegas wynajmuje wszystkie swoje 300 pokoi jeżeli cena wynosi \$80 za pokój. Wzrost tej ceny o każdego \$1 powoduje, że o 3 pokoje mniej jest wynajęte. Obsługa jednego pokoju kosztuje \$10 dziennie. Jaka powinna być optymalna cena pokoju aby zysk był największy? Jaki to zysk?

Zadanie 49. Do wody w pewnym miejskim kąpielisku systematycznie dodawane są środki chemiczne, aby kontrolować masowy rozwój bakterii w wodzie. Po t dniach od momentu odkażania koncentracja bakterii w 1 cm^3 wody zadana jest wzorem

$$C(t) = 30t^2 - 240t + 500, \quad 0 \leq t \leq 8.$$

Ile dni po odkażaniu koncentracja bakterii jest najmniejsza? Ile wynosi ona w tym przypadku?