

Globalne minima i maksima, cd.

Zadanie 50. Koncentracja $C(t)$ (w miligramach) pewnego lekarstwa w krwioobiegu pacjenta opisana jest wzorem

$$C(t) = \frac{0,16t}{t^2 + 4t + 4},$$

gdzie t jest czasem, który upłynął od momentu podania lekarstwa. Ile czasu musi upłynąć od momentu podania lekarstwa, aby jego koncentracja była maksymalna? Ile ona wynosi?

Zadanie 51. Wiadomo z eksperymentów, że wysokości (w centymetrach) pewnej rośliny po upływie czasu t miesięcy opisana jest w przybliżeniu wzorem

$$H(t) = 40t^{1/2} - 20t, \quad 0 \leq t \leq 2.$$

Ile czasu musi upłynąć, aby ta roślina osiągnęła maksymalną wysokość? Jaka to wysokość?

Zadanie 52. Dwa zakłady przemysłowe A_1 i A_2 położone są w odległości 10 km od siebie i emitują zapylenie do atmosfery. Zapylenie (liczone w ilości cząsteczek na milion) maleje odwrotnie proporcjonalnie do kwadratu odległości od źródła. Dodatkowo, zakład A_1 emituje 8 razy więcej zapylenia niż zakład A_2 . Wykonaj prosty rysunek i wyjaśnij dlaczego gęstość zapylenia w punkcie x pomiędzy tymi zakładami wyraża się wzorem

$$C(x) = \frac{8k}{x^2} + \frac{k}{(10-x)^2}, \quad 0,5 \leq x \leq 9,5 \quad k > 0.$$

Jak daleko od A_1 gęstość zapylenia jest najmniejsza i ile ona wynosi?

Zadanie 53. Badania socjologiczne pokazują, że poparcie dla nowego rządu w pewnym kraju (liczone w milionach osób) wzrasta według wzoru

$$N(t) = 30 + 12t^2 - t^3$$

gdzie czas t jest liczony w latach. Kiedy poparcie rządu jest największe? Kiedy wzrost poparcia jest największy?

Wykres funkcji

Zadanie 54. Narysuj wykresy funkcji z powyższych zadań.

Zadanie 55. Narysuj wykresy funkcji

$$2x^6 - 3x^5, \quad x^3 + x, \quad \frac{x}{x^2 - 4}, \quad \frac{1}{1 + x^2}, \quad \frac{x^2}{1 + x^2}.$$

Zadanie 56. Badając prędkość skurczu mięśni u żab przy różnych obciążeniach, badacze W.O. Fems i J. Marsh odkryli, że prędkość skurczu mięśnia maleje wraz ze wzrostem obciążenia.

Dokładnie, odkryli oni, że prędkość skurczu S (liczona w cm na sek.) i obciążenie mięśnia w (w gramach) powiązane są wzorem

$$S(w) = \frac{26 + 0,06w}{w}, \quad w \geq 5.$$

Narysuj wykres S .

Wykresy funkcji logarytmicznej i wykładniczej

Zadanie 57. Znajdź minima globalne dla $x > 0$ dla następujących funkcji

$$\frac{e^x}{x}, \quad \frac{1 - 5 \ln x}{x}.$$

Zadanie 58. Znajdź maksima globalne dla $x > 0$ dla następujących funkcji

$$\frac{x^2}{e^x}, \quad \frac{1 + 2 \ln x}{x}.$$

Zadanie 59. Naszkicuj wykresy funkcji

$$1 - e^{-x}, \quad \ln(1 - x), \quad e^{-(1/2)x^2}, \quad \ln(x^2 + 4).$$

Zadanie 60. Oblicz pochodne funkcji:

$$\ln(3x^2 - 1), \quad 10^{x^2+x}, \quad 8^{1-2x^2}.$$

Zadanie 61. Pojedyncza komórka bakterii cholery dzieli się co pół godziny. Kolonia licząca 5000 komórek bakterii po czasie t godzin liczy $A(t)$ osobników, gdzie

$$A(t) = 5000 \cdot 2^{2t}.$$

Oblicz $A'(t)$, $A'(1)$, $A'(5)$ i odpowiednio zinterpretuj.

Zadanie 62. W pewnej firmie składającej komputery przeciętna osoba jest w stanie złożyć

$$N(t) = 10 \left(1 - e^{0,4t}\right)$$

komputerów dziennie po t dniach przyuczania do tej pracy.

- Jaka jest prędkość uczenia się pierwszego dnia, a jaka piątego?
- Naszkicuj wykres N dla $0 \leq t \leq 10$.